ЛЕКЦИЯ 10

2.12. Местные сопротивления

При движении реальной жидкости, как было указано ранее, помимо потерь на трение по длине потока могут возникать и так называемые *местные потери напора.* Причиной последних, например в трубопроводах, являются разного рода конструктивные вставки (колена, тройники, сужения и расширения трубопровода, задвижки, вентили и др). Местные сопротивления вызывают изменение скорости движения жидкости по значению (сужение и расширение), направлению (колено) или значению и направлению одновременно (тройник), т.е. они возникают там, где скорость меняет свою величину или свое направление и связаны с изменением эпюры распределения скорости.

Поэтому часто указывают на некоторую аналогию между явлениями, наблюдаемыми, в местных сопротивлениях, и ударом в твердых телах, который с механической точки зрения также характеризуется внезапным изменением скорости.

В практических расчетах местные потери определяют по формуле (2.4), выражающей потерю пропорционально скоростному напор:

$$h_м = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

где v - средняя скорость движения жидкости в сечении потока за местным сопротивлением; ζ - безразмерный коэффициент, называемый *коэффициентом местного сопротивления.* Значение ζ устанавливают опытным путем.

Если по каким-либо соображениям потерю напора желательно выразить через скорость перед местным сопротивлением, необходимо выполнить пересчет коэффициента местного сопротивления. Для этой цели можно воспользоваться соотношением

$$\frac{\zeta_1}{\zeta_2} = \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2. \qquad (2.58)$$

где ζ_1, ζ_2 — коэффициенты местных сопротивлений, соответствующие сечениям S_1 и S_2.

В некоторых случаях оказывается удобным определять местные сопротивления по так называемой *эквивалентной длине* - такой длине прямого участка трубопровода данного диаметра , на которой потеря напора на трение по длине $h_{тр}$ равна (эквивалентна) потере напора $h_м$, вызываемой соответствующим местным сопротивлением. Эквивалентная длина $l_э$ может быть найдена из равенства потери напора по длине, определяемой по формуле Дарси - Вейсбаха (2.3), и местной потери напора, учитываемой формулой Вейсбаха (2.4). Приравнивая правые части этих формул, находим:

$$l_э = \frac{\zeta}{\lambda} d . \qquad (2.59)$$

Если рассмотреть наиболее характерный случай местного сопротивления в виде внезапного расширения трубопровода, когда поперечное сечение резко увеличивается от S_1 и S_2, (рис. 2.18), можно наблюдать следующую картину. Частицы жидкости, пройдя сечение *1-1* с некоторой скоростью, стремятся двигаться дальше в том же направлении с той же скоростью.

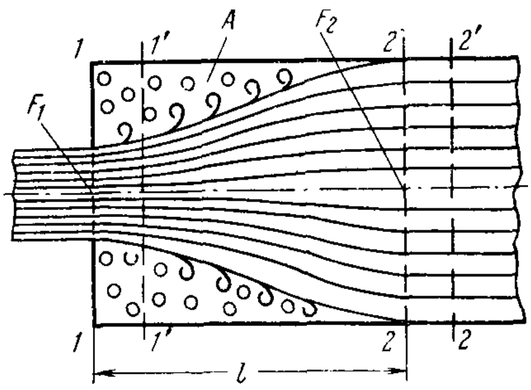

Рис. 2.18. К выводу теоремы Борда

Однако они задерживаются частицами, находящимися впереди и обладающими (ввиду увеличения сечения) меньшими скоростями, как бы наталкиваются и ударяются о них и поэтому получают смещения в поперечном направлении, что вызывает расширение струи.

В некотором сечении *2-2,* отстоящем на небольшом расстоянии от первого, поток жидкости заполняет все сечение трубы. При этом в начале трубы большего диаметра, в углах образуется вихревая область, представляющая собой кольцевое пространство *A,* заполненное жидкостью не участвующей в основном поступательном движении в направлении оси трубопровода. Вследствие трения на граничных поверхностях эта жидкость находится здесь во вращательном, вихревом движении, вызывающем значительные потери энергии.

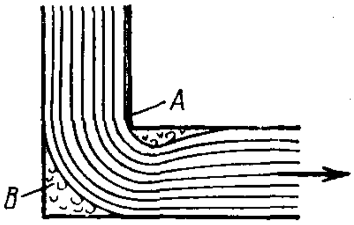

Рис. 2.19. Течение жидкости при повороте

Аналогичные явления имеют место при движении жидкости в колене, где также образуются вихревые области *A* и *B* (рис. 2.19), и во всех других случаях местных сопротивлений.

Теоретическое определение местных потерь напора представляет значительные трудности ввиду большой сложности происходящих при этом процессов и может быть выполнено лишь для немногих случаев, в частности для внезапного расширения трубопровода. Рассмотрим решение этой задачи.

Для этого в горизонтальном потоке жидкости выделим объем между сечениями *1-1* и *2-2* (рис. 2.18) и применим к нему теорему о приращении количества движения, согласно которой приращение количества движения равняется импульсу проекций всех действующих сил на направление движения.

Указанный объем за некоторое время переместится в новое положение, ограниченное сечениями *1'-1'* и *2'-2'*. Чтобы определить приращение количества движения, достаточно рассмотреть массу жидкости *m* объемов между сечениями *1-1*, *1'-1'* *2-2, 2'-2'*, поскольку количество движения объема между сечениями *1-1* и *2-2* остается неизменным.

При этом для искомого приращения количества движения получим

$$m(\alpha_1 v_1 - \alpha_2 v_2) = \rho Q\, dt (v_2 - v_1), \qquad (2.60)$$

где Q - расход жидкости; ρ - ее плотность; α_1 и α_2 - коэффициенты кинетической энергии, представляющие собой поправки к количествам движения за счет неравномерности распределения скоростей в поперечных сечениях потока; в дальнейшем будем считать, что эти коэффициенты в обоих сечениях одинаковы и равны единице.

При определении суммы проекций импульсов действующих сил следует учесть, что такими силами являются здесь лишь силы давления на концевые сечения, ограничивающие рассматриваемый объем.

Имея в виду, что гидродинамические давления p_1 и p_2 в указанных сечениях равномерно распределены по всей площади S_2, для этих сил получим:

$$P_1 = p_1 \cdot S_2;\ P_2 = p_2 \cdot S_2$$

Силами трения ввиду малой длины участка растекания l можно пренебречь.

Таким образом, сумма проекций импульсов сил на направление движения (т. е. на ось потока) будет равна:

$$(p_1 - p_2)S_2dt. \qquad (2.61)$$

Приравняв затем выражения (2.60) и (2.61) на основании теоремы о приращении количества движения, получим:

$$\rho Q dt(v_2 - v_1) = (p_1 - p_2)S_2 dt.$$

Последнее выражение после деления на ρg и замены $Q = v_2 S_2$ примет вид:

$$v_2 S_2 \frac{v_2 - v_1}{g} = S_2 \frac{p_1 - p_2}{\rho g},$$

или

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2}{g} - \frac{v_2 v_1}{g}. \qquad (2.62)$$

Составим далее для тех же двух сечений, имея в виду сделанные выше допущения, уравнение Бернулли в его обычной форме, из которого легко найдем следующее выражение для потери напора при внезапном расширении:

$$h_{вр} = \left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g}\right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}\right) = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

Подставим в это выражение (2.62). После преобразования получим:

$$h_{вр} = \frac{v_2^2}{g} - \frac{v_2 v_1}{g} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{2v_1 v_2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g},$$

или окончательно:

$$h_{вр} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}. \qquad (2.63)$$

т. е. потеря напора при внезапном расширении равна скоростному напору, соответствующему потерянной скорости $(v_1 - v_2)$. Этот результат известен под названием *теоремы,* или *формулы Борда* и хорошо подтверждается опытными данными при турбулентном режиме, если сечение *2'- 2'* принимается достаточно далеко за местом расширения, т.е. там, где поток успевает расшириться и устанавливается нормальное распределение скорости по сечению.

Формулу (2.63) можно привести к виду:

$$h_{вр} = \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g}.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае

$$\zeta_1 = \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2. \qquad (2.64)$$

Когда площадь s_2 весьма велика по сравнению с площадью s_1 (например, выход из трубы в резервуар достаточно больших размеров), и, следовательно, скорость v_2 можно считать равной нулю, то потери на расширение

$$h_{вр} = \frac{v_1^2}{2g},$$

а коэффициент местных потерь

$$\zeta_{вр} = \zeta_{вых} = 1$$

Если отнести коэффициент местного сопротивления к скорости в большем сечении, т.е. v_2, то:

$$h_{вр} = \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} \text{ и } \zeta_2 = \left(\frac{S_2}{S_1} - 1\right)^2.$$

Аналогично можно получить формулу для расчета потерь напора при внезапном сужении трубы:

$$h_{вс} = \zeta_{вс} \frac{v_2^2}{2g},$$

где $\zeta_{вс}$ - коэффициент местных потерь при внезапном сужении потока. Для практических расчетов можно пользоваться полуэмпирической формулой И. Е. Идельчика:

$$\zeta_{вс} = 0{,}5\left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right). \qquad (2.65)$$

Из формулы (2.65) можно сделать вывод, что в частном случае, когда $S_1 >> S_2$, т.е. при выходе трубы из резервуара достаточно больших размеров и при отсутствии закругления входного угла, коэффициент сопротивления

$$\zeta_{вс} = \zeta_{вх} = 0{,}5.$$

2.13. Коэффициенты местных сопротивлений

Исследованию местных сопротивлений посвящено большое число работ, в основном экспериментальных. Установлено, что коэффициент местного сопротивления ζ зависит не только от вида самого местного сопротивления, но и от характера режима движения жидкости, т. е. от числа Рейнольдса. Зависимость ζ от Re для некоторых местных сопротивлений показана на рис. 2.20 (1 -

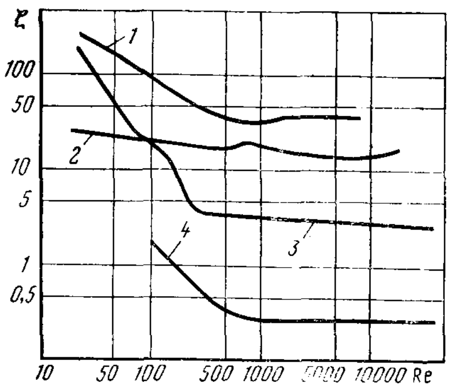

Рис.2.20. Зависимость коэффициента местных сопротивлений от числа Рейнольдса

шарового клапана, 2 - вентиля, 3 -задвижки, 4 - тройника). В большинстве случаев с увеличением Re коэффициент ζ уменьшается. Автомодельность (независимость) коэффициентов ζ от Re при резких переходах наступает при $\mathrm{Re} > 3000$, а при плавных переходах – при $\mathrm{Re} \geq 1000$.

Как показали работы А. Д. Альтшуля, В. Н. Карева, Н. В. Левкоевой, Н. З. Френкеля и других исследователей, наибольшие изменения в зависимости от Re коэффициент ζ претерпевает в области ламинарного режима. При весьма малых значениях числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} < 10$) жидкость течет без отрыва, потери напора обуславливаются непосредственным действием сил вязкого трения и пропорциональны скорости потока в первой степени, а коэффициент местного сопротивления обратно пропорционален Re:

$$\zeta = \frac{A}{\mathrm{Re}}.$$

При больших значениях числа Рейнольдса в области ламинарного режима наряду с потерями на трение возникают потери напора, обусловленные отрывом потока и образованием вихрей , при этом зависимость коэффициента местного сопротивления от числа Рейнольдса имеет вид:

$$\zeta = \frac{B}{\mathrm{Re}^{n}}$$

В этих формулах A и B— числовые коэффициенты, зависящие от вида местного сопротивления.

При достаточно больших числах Рейнольдса вихреобразование приобретает основное значение, потери напора становятся пропорциональными квадрату скорости, так как коэффициент ζ перестает зависеть от числа Re и определяется только геометрией потока (так называемая квадратичная или автомодельная область сопротивления). Поэтому, для практических расчетов, при турбулентном режиме течения коэффициент ζ считают постоянной величиной, зависящей только от характера и конструкции местного сопротивления.

Для инженерных расчетов при турбулентном течении можно принимать средние значения коэффициентов местных сопротивлений. Наиболее часто встречающие виды местных сопротивлений и значения их коэффициентов приведены в таблице 2.4.

Таблица 2.4.

Средние значения коэффициентов местных сопротивлений

Вид местного сопротивления	ζ
Вход в трубу без закругления входных кромок	0,5
То же, при хорошо закругленных кромках	0,1
Выход из трубы в резервуар больших размеров	1,0
Резкий поворот трубы без переходного закругления при угле поворота примерно 90^0	1,25…1,5
Колено (плавное закругление) на трубе с углом поворота 90^0 при радиусе закругления >2d	0,5
То же, при радиусе закругления, равном (3…7)d	0,3
Задвижка, открытая наполовину	2,0
Задвижка, открытая полностью	0,1
Кран	5…7
Вход во всасывающую коробку с обратным клапаном	5…10