

**СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ**

Факультет транспорту і будівництва

Кафедра залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин

**ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА
до кваліфікаційної роботи бакалавра**

освітній ступінь - бакалавр
спеціальність - 274 – «Автомобільний транспорт»

на тему: «ОЦІНКА СТІЙКОСТІ ТА ДИНАМІКИ КЕРОВАНОГО РУХУ
АВТОМОБІЛЯ В СИСТЕМІ «ВОДІЙ-АВТОМОБІЛЬ-ДОРОГА» В УМОВАХ
ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ЗБУРЕНЬ»

Виконав здобувач вищої освіти
Групи АТ-22д

..... Корж Д.А.
(підпис)

Керівник

..... Полупан Є.В.
(підпис)

Завідувач кафедри

..... Климаш А.О.
(підпис)

Рецензент

Мірошнікова М. В.
(прізвище та ініціали)

Київ - 2026

СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ
Факультет транспорту і будівництва
Кафедра залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин
Освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавр
Галузь знань 27 Транспорт
Спеціальність 274 Автомобільний транспорт

ЗАТВЕРДЖУЮ
завідувача кафедри
к.т.н., доц. Климаш А.О.

“ ____ ” _____ 20__ року

З А В Д А Н Н Я
НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ

Корж Дмитро Андрійович

1. Тема роботи: Оцінка стійкості та динаміки керованого руху автомобіля в системі «Водій-Автомобіль-Дорога» в умовах експлуатаційних збурень.

Керівник роботи Полупан Є.В.

затверджені наказом вищого навчального закладу від “ ____ ” _____ 2026 року № _____

2. Строк подання студентом роботи _____ року.

3. Вихідні дані до роботи: повна маса автомобіля $m=1450$ кг; голісна база автомобіля $L = 2.65$ м; площа бічної проєкції $S_b=4.25$ м²; коефіцієнт бокової аеродинаміки $C_y = 0.82$; зміщення метацентру вперед $l_w=0.45$ м; фмплітуда нерівності дороги $h_d=0.05$ м; розрахункова швидкість руху $V=25.0$ м/с.

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити).

Вступ.

Розділ 1. Аналіз управління рухом автомобіля та моделювання системи «водій-автомобіль-дорога».

Розділ 2. Теоретичні основи та математичне моделювання курсового руху автомобіля.

Розділ 3. Аналітичний розрахунок процесів керованого руху в умовах експлуатації.

Висновок.

Перелік використаних джерел.

5. Перелік графічного матеріалу наводиться у вигляді презентації для публічного захисту з обов'язковим представленням перерахованих аркушів формату А1.

Аркуш №1. Актуальність теми.

Аркуш №2. Загальна концепція замкнутої біотехнічної системи В-А-Д.

Аркуш №3. Фундамент аналізу.

Аркуш №4. Динаміка об'єкта.

Аркуш №5. Операторний метод.

Аркуш №6. Замкнута система: водій як біологічний регулятор.

Аркуш №7. Оптимізація цільової траєкторії.

Аркуш №8. Розрахунок критичного маневру «Переставка».

Аркуш №9. Загальні висновки.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проектування	Строк виконання етапів	Примітка
1	Вступ		
2	Розділ 1. Аналіз управління рухом автомобіля та моделювання системи «водій-автомобіль-дорога».		
3	Розділ 2. Теоретичні основи та математичне моделювання курсового руху автомобіля.		
4	Розділ 3. Аналітичний розрахунок процесів керованого руху в умовах експлуатації.		
5	Висновок.		
6	Перелік використаних джерел.		
7	Розробка графічної частини проєкту.		
8	Оформлення проєкту		
9	Попередній захист		
10	Рецензування		
11	Захист в ДЕК		

Студент

(підпис)

Корж Д.А.

Керівник проєкту (роботи)

(підпис)

Полупан Є.В.

[illegible]

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи бакалавра містить 61 с., 25 рис., 5 табл., 15 джерел.

Робота присвячена вирішенню актуальної науково-практичної задачі підвищення активної безпеки колісних транспортних засобів. Вона фокусується на дослідженні закономірностей динаміки керованого руху в складній біотехнічній системі «Водій-Автомобіль-Дорога» та розробці математичного апарату для оцінки стійкості автомобіля під час виконання екстрених маневрів в умовах реальних експлуатаційних збурень.

Структура роботи. Робота складається зі вступу, трьох розділів, загальних висновків та списку використаних джерел.

У першому розділі роботи проведено аналіз сучасних підходів до управління рухом транспортного засобу та досліджено взаємодію елементів у біотехнічній системі В-А-Д. Описано базові математичні моделі та розглянуто принципи управління з оптимізацією по цільовій функції.

У другому розділі розроблено плоску математичну модель керованого руху. Досліджено замкнуту систему «Водій-Автомобіль» з урахуванням психофізіологічного запізнення реакції водія та теоретично обґрунтовано умови збереження курсової стійкості під час зміни смуги руху.

У третьому розділі здійснено аналітичний розрахунок кінематичних та динамічних параметрів автомобіля під час виконання екстреного маневру «Переставка». Досліджено вплив зовнішніх збурень, зокрема бокового аеродинамічного вітру та випадкового мікропрофілю дорожнього покриття згідно з нормами ДСТУ.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: АКТИВНА БЕЗПЕКА, СИСТЕМА «ВОДІЙ-АВТОМОБІЛЬ-ДОРОГА», КЕРОВАНІСТЬ, СТІЙКІСТЬ, МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, МАНЕВР «ПЕРЕСТАВКА», ЗОВНІШНІ ЗБУРЕННЯ, НАДІЙНІСТЬ УПРАВЛІННЯ.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ				
Змн.	Арк.	№ докum.	Підпис	Дата					
Розроб.		Корж			Реферат		Літ.	Арк.	Архiвиш
Перевір.		Полцпан							59
Реценз.							СНУ. ім. В. Даля каф. ЗАТ та ПТМ		
Н. Контр.									
Затверд.		Климаш							

ЗМІСТ

РЕФЕРАТ.....	3
ЗМІСТ.....	4
ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ УПРАВЛІННЯ РУХОМ АВТОМОБІЛЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ «ВОДІЙ-АВТОМОБІЛЬ-ДОРОГА»	9
1.1. Вступ та актуальність проблеми активної безпеки в сучасних умовах.....	9
1.2. Математичні моделі керованого руху автомобіля.....	10
1.3. Взаємодія елементів у системі «Водій-Автомобіль-Дорога» (В-А-Д)	14
1.3.1. Загальна концепція та структура системи В-А-Д.....	14
1.3.2. Базові підходи до управління рухом автомобіля.....	17
1.3.3. Управління з оптимізацією по цільовій функції (прогнозуючі моделі).....	20
1.4. Узагальнена модель керованого автомобіля та базисні поняття.....	22
1.4.1. Формування узагальненої моделі об'єкта	22
1.4.2. Базисні поняття управління курсовим рухом.....	24
1.5. Висновки до розділу 1	25
РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КУРСОВОГО РУХУ АВТОМОБІЛЯ.....	27
2.1. Математична плоска модель керованого руху.....	27
2.2. Операторний метод дослідження динаміки (передавальні функції).....	29
2.3. Дослідження замкнутої системи «Водій-Автомобіль».....	31
2.4. Оцінка маневреності та стійкості: маневр «Переставка»	33
2.5. Висновки до розділу 2.....	35
РОЗДІЛ 3. АНАЛІТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК ПРОЦЕСІВ КЕРОВАНОВОГО РУХУ В УМОВАХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ	37
3.1. Узагальнена розрахункова схема та моделювання зовнішніх збурень.....	37
3.2. Розрахункове порівняння методів управління траєкторією.....	40
3.3. Аналітичний розрахунок процесів керованого руху та аналіз стійкості.....	43

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

3.4. Розрахунок маневру «Переставка» та вплив інтенсивності керування	46
3.5. Розрахунок впливу нерівностей дорожнього покриття на стійкість	50
3.6. Оцінка надійності управління у багатовимірному просторі	53
3.7. Висновки до розділу 3	56
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	58
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	60

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

ВСТУП

Актуальність теми. Стрімке зростання кількості транспортних засобів та інтенсивності дорожнього руху в Україні ставить перед інженерами та науковцями гостру проблему забезпечення безпеки на автошляхах. Згідно з офіційною статистикою дорожньо-транспортних пригод, значна частина аварій з тяжкими наслідками відбувається через втрату водієм контролю над курсовою стійкістю та керованістю автомобіля під час екстреного маневрування або руху в складних погодних умовах. У зв'язку з цим, пріоритетним напрямком у сучасному автомобілебудуванні є підвищення активної безпеки — впровадження систем, здатних запобігати ДТП ще до моменту їх настання (ABS, ESP, активне рульове управління, системи втримання у смузі).

Проектування та налаштування таких систем неможливе без глибокого розуміння фізики руху транспортного засобу. Сучасна теорія автомобіля розглядає його не як ізольований механізм, а як ключову ланку складної замкнутої біотехнічної системи «Водій-Автомобіль-Дорога» (В-А-Д). Вивчення закономірностей керованого руху в цій системі вимагає розробки адекватних математичних моделей, які враховують не лише масо-геометричні параметри авто та властивості шин, але й психофізіологічні можливості водія, а також вплив зовнішнього середовища (мікропрофіль дороги згідно з вимогами ДСТУ, пориви бокового вітру). Таким чином, математичне моделювання та аналітичний розрахунок процесів керованого руху є актуальною науково-практичною задачею, вирішення якої дозволяє оптимізувати конструктивні параметри автомобіля та алгоритми електронних помічників на етапі проектування.

Мета дослідження полягає у підвищенні активної безпеки автомобіля шляхом розробки та аналітичного дослідження математичних моделей його керованого курсового руху в системі «Водій-Автомобіль-Дорога» з урахуванням зовнішніх експлуатаційних збурень.

Для досягнення поставленої мети було сформульовано та вирішено такі **завдання дослідження**:

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

1. Проаналізувати сучасні підходи до управління рухом автомобіля та взаємодії елементів у системі В-А-Д.
2. Розробити плоску («велосипедну») математичну модель керованого руху автомобіля та адаптувати її для використання операторних методів дослідження (передавальних функцій).
3. Здійснити аналітичний розрахунок кінематичних та динамічних параметрів автомобіля під час виконання екстреного маневру «Переставка» (зміна смуги руху) при різних законах управління.
4. Дослідити вплив зовнішніх збурень — аеродинамічних сил (бокового вітру) та кінематичних впливів від нерівностей дорожнього покриття (за стандартами України) на курсову стійкість.
5. Сформувати математичний критерій оцінки надійності та безпеки керованого руху в багатовимірному просторі траєкторій.

Об'єктом дослідження є процес керованого курсового руху автомобіля в реальних умовах експлуатації.

Предметом дослідження є закономірності зміни кінематичних та динамічних параметрів автомобіля (бічного зміщення, кутової швидкості ривкання, поперечного прискорення) у замкнутому контурі управління під дією керуючих впливів та зовнішніх збурень.

Методи дослідження. У роботі використано комплексний математичний апарат. Для опису динаміки автомобіля застосовано базові закони теоретичної механіки (диференціальні рівняння руху). Для аналізу стійкості та перехідних процесів використано методи теорії автоматичного управління, операційне числення (перетворення Лапласа) та метод простору станів. Розрахунок впливу дорожніх нерівностей та оцінка надійності управління базуються на основах теорії ймовірностей, інтегральному численні (інтеграл Вінера-Хінчина, інтеграл Лапласа) та методах математичної статистики.

Практичне значення одержаних результатів. Запропоновані у кваліфікаційній роботі розрахункові схеми, математичні моделі та алгоритми дозволяють на

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

етапі проектування кількісно оцінювати стійкість автомобіля і прогнозувати його поведінку при виконанні типових маневрів. Результати аналітичних розрахунків можуть бути застосовані під час сертифікаційних випробувань автотранспорту в Україні, а також для розробки та вдосконалення алгоритмів систем активної допомоги водієві (ADAS).

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докцм	Підпис	Дата		

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ УПРАВЛІННЯ РУХОМ АВТОМОБІЛЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ «ВОДІЙ-АВТОМОБІЛЬ-ДОРОГА»

1.1. Вступ та актуальність проблеми активної безпеки в сучасних умовах

Провідною тенденцією сучасного автомобілебудування є безперервне підвищення рівня безпеки транспортних засобів. В умовах стрімкого зростання інтенсивності дорожнього руху в Україні, забезпечення безпеки стає пріоритетним державним завданням. Згідно із Законом України «Про дорожній рух», одним із головних критеріїв допуску транспортних засобів до експлуатації є їх відповідність жорстким стандартам безпеки.

Однією з найважливіших характеристик сучасного транспортного засобу є його активна безпека, що розуміється як сукупність конструктивних та експлуатаційних властивостей автомобіля, які зменшують ймовірність виникнення дорожньо-транспортних пригод (ДТП). У загальному комплексі цих характеристик одне з найперших місць займають стійкість та керованість. Аналіз статистики ДТП в Україні свідчить, що значний відсоток аварій пов'язаний із втратою стійкості та керованості під час виконання маневрів на високих швидкостях або на ділянках доріг із низьким коефіцієнтом зчеплення (що регулюється відповідними стандартами, наприклад, ДСТУ 3587-97 «Безпека дорожнього руху»).

Покращення стійкості та керованості в сучасній автомобільній інженерії ведеться за двома основними напрямками:

1. Оптимізація параметрів автомобіля (геометрії підвіски, характеристик шин, масо-габаритних показників) з урахуванням психофізіологічних можливостей оператора (водія).
2. Впровадження інтелектуальних технічних пристроїв та систем активного управління (ESP, ABS, активне рульове управління), які виконують коригувальні дії щодо управління рухом автомобіля в критичних ситуаціях.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

Обидва напрямки нерозривно пов'язані з глибоким вивченням закономірностей керованого руху. Хоча таке розуміння поділяється всіма дослідниками та інженерами, теоретичний базис у цій галузі теорії автомобіля, особливо на рівні моделювання складних нелінійних зв'язків, постійно потребує вдосконалення та адаптації до нових технологій [12]. Можливості підвищення активної безпеки лише за рахунок раціонального вибору параметрів при незмінних класичних конструктивних схемах значною мірою вже вичерпуються. Тому на перший план виходить завдання математичного опису та синтезу систем автоматичного або напівавтоматичного управління.

1.2. Математичні моделі керованого руху автомобіля

Для аналізу керованості автомобіля необхідно розробити адекватні математичні моделі, що описують просторовий рух транспортного засобу як твердого тіла (або системи твердих тіл), яке взаємодіє з опорною поверхнею через пневматичні шини [11]. У класичній теорії тракторів та автомобілів використовується поняття плоскопаралельного руху, коли розглядаються переміщення вздовж поздовжньої та поперечної осей, а також обертання навколо вертикальної осі (нишпорення).

Основою для складання диференціальних рівнянь є розрахункова схема, що враховує дію зовнішніх сил та моментів. Кінематична та динамічна поведінка автомобіля під час маневру має складний характер, що ілюструється відповідними схемами (див. рис. 1.1).

Математична модель руху формується на основі законів класичної механіки (закони Ньютона або рівняння Лагранжа другого роду). Рух автомобіля по дорожньому покриттю залежить від багатьох факторів: мікропрофілю дороги згідно з українськими стандартами ДСТУ, характеристик підвіски, стану шин. Загальна структура побудови такої моделі вимагає врахування як лінійних, так і нелінійних складових (див. рис. 1.2).

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

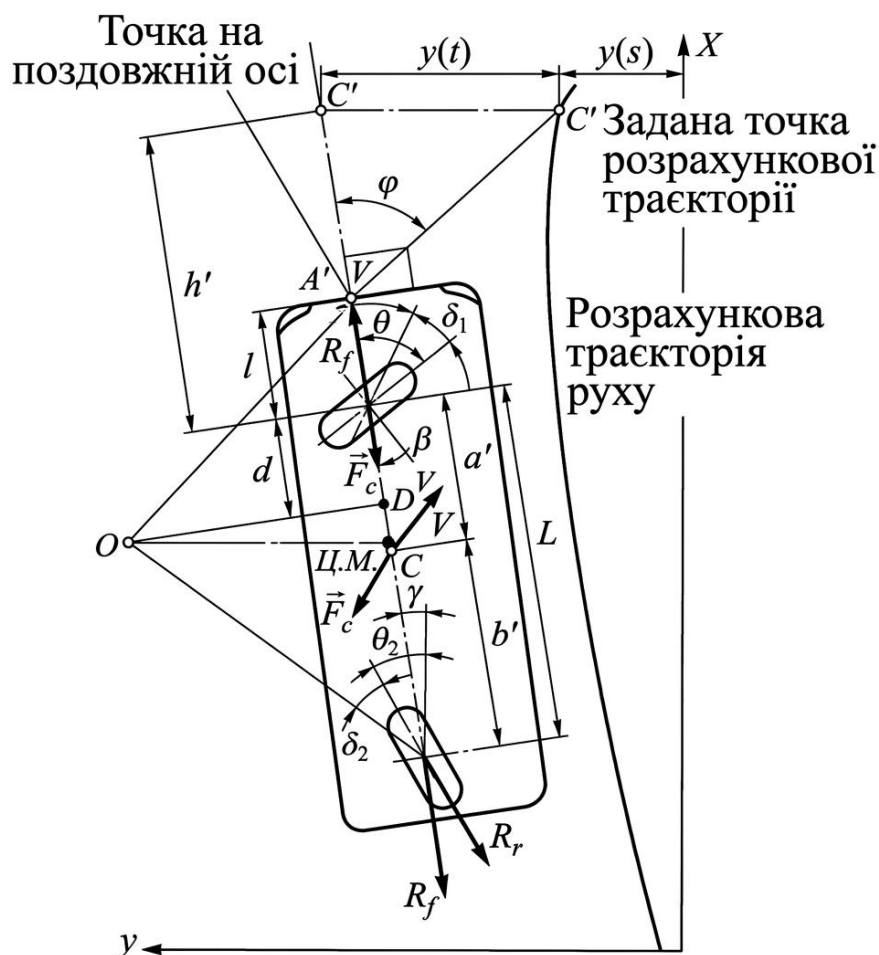


Рис. 1.1. Схема керованого руху автомобіля. D - положення центру нейтральної поворотності.

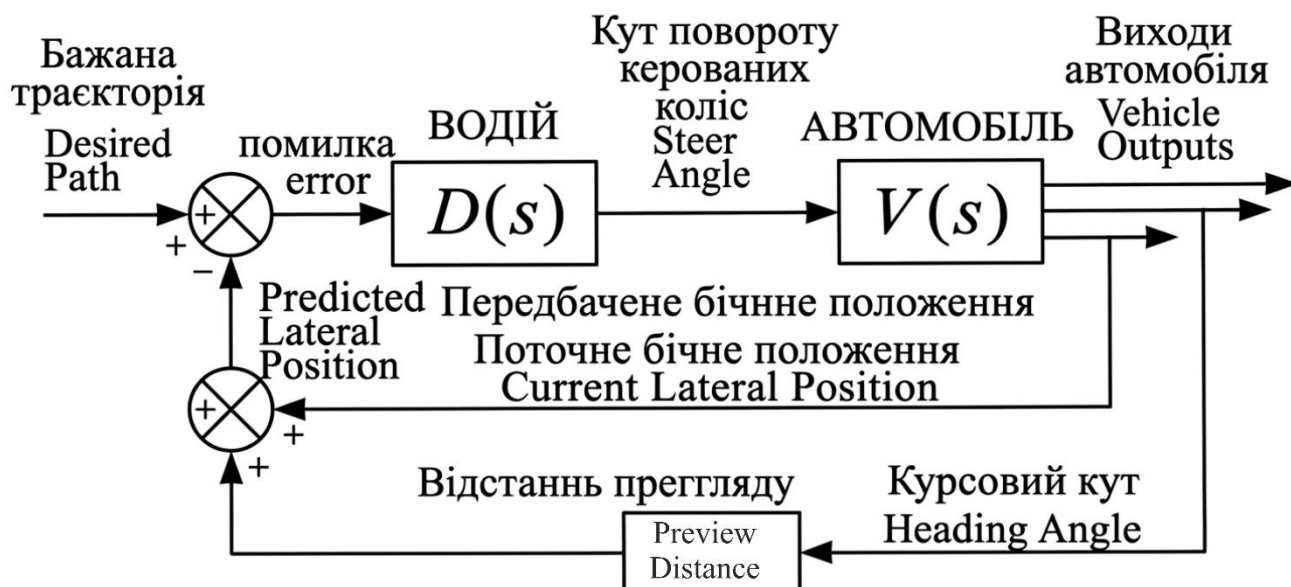


Рис. 1.2. Структура моделі керованого руху.

Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата

КРБ.274.11.14.000 ПЗ

Лист

Для опису поперечного руху та рискання в площині дороги найчастіше використовується так звана "велосипедна модель" (модель з двома ступенями волі), яка, незважаючи на свою простоту, дозволяє дослідити основні закономірності керування на лінійній ділянці характеристик бічного відведення шин.

Рівняння сил, що діють на автомобіль у поперечному напрямку (вісь Y), записується у наступному вигляді:

$$m(\dot{v}_y + v_x \omega_z) = \sum_{i=1}^n Y_i \quad (1.1)$$

де m — маса автомобіля; $\dot{v}_y$ — похідна поперечної швидкості (поперечне прискорення в локальній системі координат); v_x — поздовжня швидкість; ω_z — кутова швидкість рискання; Y_i — поперечні реакції, що діють на колеса автомобіля.

Рівняння моментів відносно вертикальної осі Z , що проходить через центр мас:

$$I_z \dot{\omega}_z = \sum_{i=1}^n M_{zi} + \sum_{i=1}^n Y_i \cdot l_i \quad (1.2)$$

де I_z — момент інерції автомобіля відносно вертикальної осі; $\dot{\omega}_z$ — кутове прискорення рискання; M_{zi} — стабілізуючі моменти на колесах; l_i — відстані від осей до центру мас.

Проте, для вирішення сучасних завдань синтезу систем активної безпеки, таких простих рівнянь недостатньо. Необхідно вводити так звану оптимізуючу сервозв'язок — математичний опис ідеального регулятора (водія або автопілота), який прагне мінімізувати відхилення параметрів руху від заданих (див. рис. 1.3).

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

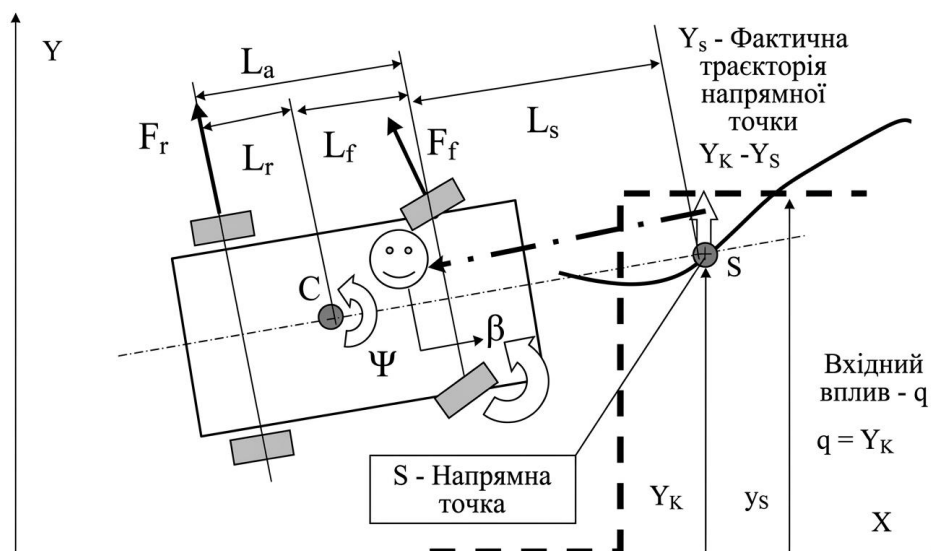


Рис. 1.3. Розрахункова схема для складання рівнянь руху автомобіля з урахуванням оптимізуєчого сервозв'язку.

Застосування оптимізуєчого сервозв'язку дозволяє перетворити початкову систему нелінійних диференціальних рівнянь автомобіля. Таке перетворення здійснюється з метою спрощення пошуку аналітичного або чисельного рішення при збереженні високої адекватності моделі реальним фізичним процесам (див. рис. 1.4).

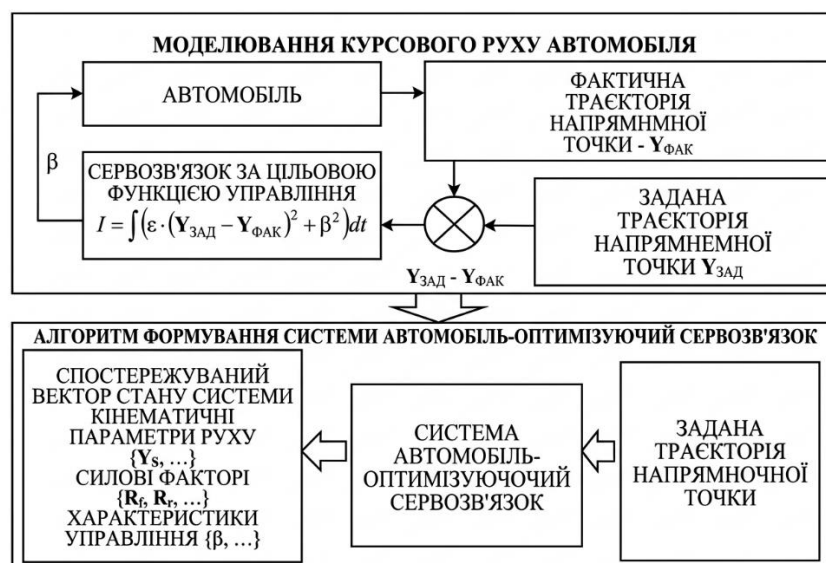


Рис. 1.4. Перетворення системи диференціальних рівнянь автомобіля на основі оптимізуєчої функції.

Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата

Процес перетворення включає введення цільової функції (наприклад, інтегральної квадратичної оцінки якості перехідного процесу), що мінімізує відхилення автомобіля від заданої траєкторії. Цільова функція (критерій оптимізації) J в загальному випадку записується так:

$$J = \int_0^{t_k} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \rightarrow \min \quad (1.3)$$

де $\mathbf{x}$ — вектор стану системи (змінні курсу, відхилення, швидкості); $\mathbf{u}$ — вектор керування (кут повороту керма, гальмівні зусилля); $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ — вагові матриці, що визначають баланс між точністю утримання траєкторії та інтенсивністю використання органів управління; t_k — час моделювання маневру.

Використання подібного математичного апарату є необхідною умовою для глибокого аналізу динаміки автомобіля. Завдяки оптимізації, інженер може теоретично оцінити вплив конструктивних змін ще на етапі проектування. Згідно з вітчизняною інженерною практикою, такі моделі мають попередньо проходити валідацію за допомогою експериментальних досліджень на полігонах.

1.3. Взаємодія елементів у системі «Водій-Автомобіль-Дорога» (В-А-Д)

1.3.1. Загальна концепція та структура системи В-А-Д

Сучасна теорія автомобіля розглядає транспортний засіб не як ізольований механічний об'єкт, а як невід'ємну частину складної біотехнічної системи «Водій-Автомобіль-Дорога» (В-А-Д) [13]. Дослідження керованості та стійкості втрачають свою практичну цінність, якщо вони не враховують психофізіологічні можливості людини-оператора (водія) та вплив зовнішнього середовища (параметрів дорожнього покриття).

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

В умовах експлуатації на дорогах України, де характеристики покриття можуть суттєво змінюватися залежно від погодних умов та стану інфраструктури, вимоги до надійності функціонування системи В-А-Д регламентуються національними стандартами. Зокрема, взаємодія шини з дорогою оцінюється відповідно до норм ДСТУ Б В.2.3-9-2003 (Споруди транспорту. Пристрої дорожні напрямні).

Основними елементами цієї комплексної системи є водій (керуюча ланка), рульове управління (РУ) як основний інтерфейс взаємодії, сам автомобіль (об'єкт управління) та дорога (джерело збурень та опорна поверхня). Структурна схема взаємодії цих елементів наведена нижче (див. рис. 1.5).

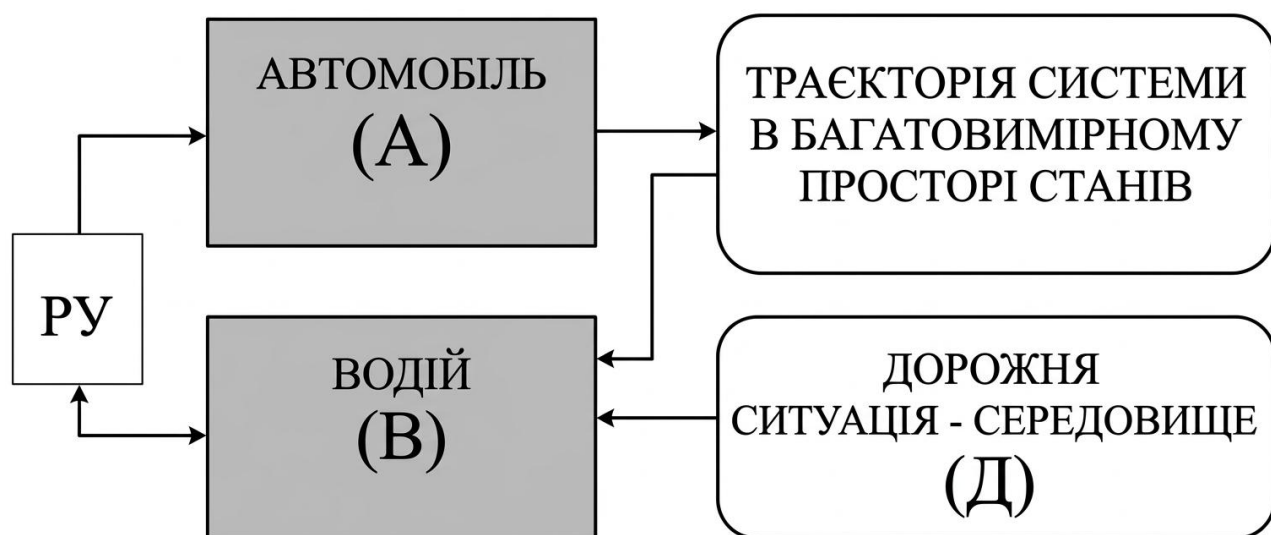


Рис. 1.5. Основні елементи системи В-А-Д. (РУ - рульове управління).

Для формалізації процесів у системі В-А-Д необхідно класифікувати завдання, що виникають при побудові теорії руху мобільних машин. З інженерної точки зору, процес дослідження поділяється на кілька ієрархічних рівнів: від простої кінематики до складного синтезу алгоритмів автоматичного управління (див. рис. 1.6).

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

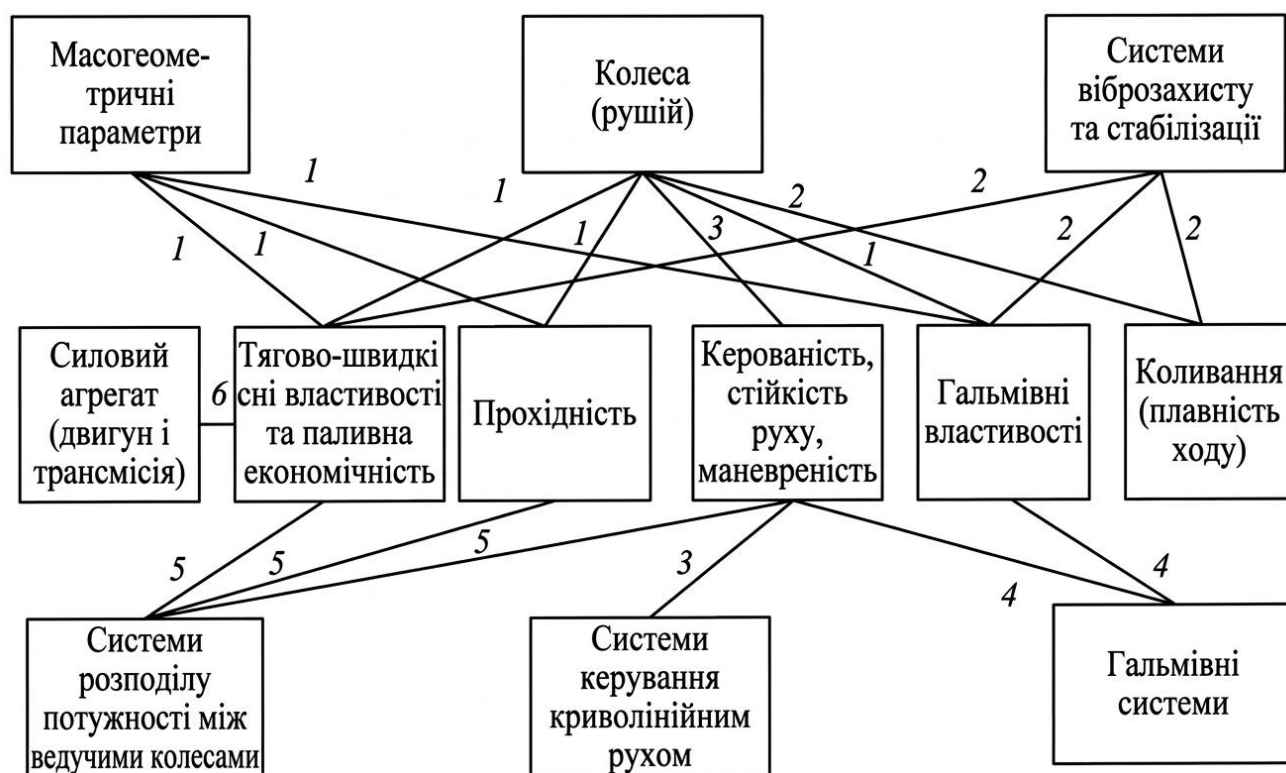


Рис. 1.6. Структура завдань для побудови теорії руху мобільних машин.

Щоб проаналізувати реакцію об'єкта на керуючі дії, використовуються системи диференціальних рівнянь. Зв'язок між кутом повороту рульового колеса (який задає водій) та кутом повороту керованих коліс θ описується передавальним відношенням рульового механізму $i_{ру}$:

$$\theta(t) = \frac{\delta_{ру}(t)}{i_{ру}} \quad (1.4)$$

де $\theta(t)$ — кут повороту передніх керованих коліс у момент часу t ; $\delta_{ру}(t)$ — кут повороту рульового колеса; $i_{ру}$ — передавальне число рульового управління.

У сучасних автомобілях з активним рульовим управлінням це рівняння ускладнюється додаванням коригуючого кута від електронного блоку управління (ЕБУ), що враховує показники датчиків рискання та поперечного прискорення.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

Оскільки у роботі розглядаються питання активної безпеки, необхідно також ввести матричний опис стану системи. Рівняння стану автомобіля у просторі станів має вигляд:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{E}\mathbf{W} \quad (1.5)$$

де $\dot{\mathbf{X}}$ — вектор похідних змінних стану; $\mathbf{A}$ — матриця системи (характеризує власну динаміку автомобіля); $\mathbf{X}$ — вектор стану (включає швидкості та кути); $\mathbf{B}$ — матриця керування; $\mathbf{U}$ — вектор керування водія (поворот керма, гальмування); $\mathbf{E}$ — матриця збурень; $\mathbf{W}$ — вектор зовнішніх збурень (наприклад, пориви бокового вітру або нерівності дороги за ДСТУ).

1.3.2. Базові підходи до управління рухом автомобіля

Дослідження динаміки системи В-А-Д здійснюється за допомогою різних підходів до імітації дій водія. Спрощення моделі оператора дозволяє виділити вплив виключно конструктивних параметрів автомобіля на його траєкторію [14]. У теорії керованості виділяють кілька базових методів управління моделлю.

Перший, найпростіший підхід — це управління за заданим («жорстким») законом повороту рульового колеса. У цьому випадку водій розглядається як генератор сигналу, який діє за наперед визначеною програмою, не звертаючи уваги на фактичне відхилення автомобіля від бажаної траєкторії (система без зворотного зв'язку) (див. рис. 1.7).

Цей метод використовується під час стандартних випробувань автомобілів на полігонах (наприклад, маневр «переставка» або «ривок керма» згідно з вітчизня-

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

ними та міжнародними стандартами), оскільки він забезпечує високу повторюваність результатів. Проте, він не відображає реальної поведінки водія у критичній ситуації.

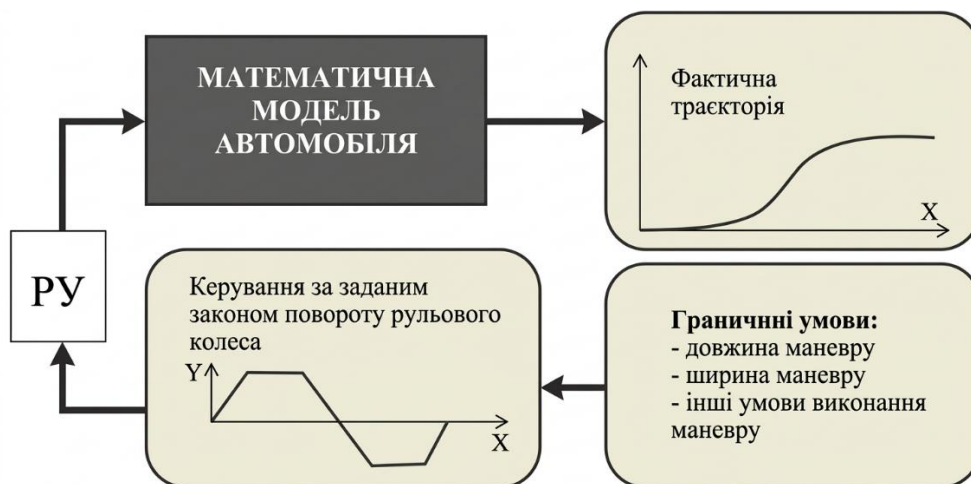
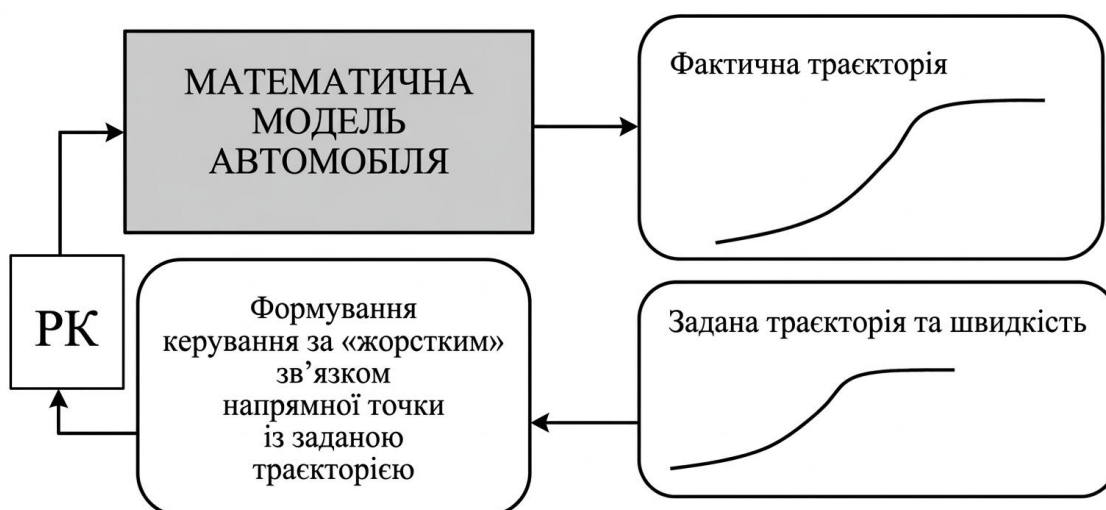


Рис. 1.7. Управління за заданим («жорстким») законом повороту рульового колеса.

Другий підхід передбачає наявність зворотного зв'язку. Це управління за «жорстким» зв'язком направляючої точки автомобіля із заданою траєкторією (кінематичне відстеження). Тут модель водія безперервно коригує кут повороту коліс так, щоб певна точка на автомобілі (наприклад, центр переднього бампера) ідеально збігалася із заданою лінією на дорозі (див. рис. 1.8).



Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата

Рис. 1.8. Управління за «жорсткою» зв'язком направляючої точки із заданою траєкторією.

Закон управління (коригування) в такому разі часто реалізується у вигляді пропорційно-диференціального (ПД) регулятора:

$$\delta_{py}(t) = K_p \cdot y_{\epsilon}(t) + K_d \cdot \dot{y}_{\epsilon}(t) \quad (1.6)$$

де K_p — коефіцієнт пропорційного посилення (реакція на поточне відхилення); $y_{\epsilon}(t)$ — бічне відхилення направляючої точки автомобіля від заданої траєкторії; K_d — коефіцієнт диференціального посилення (реакція на швидкість зміни відхилення); $\dot{y}_{\epsilon}(t)$ — швидкість бічного відхилення.

Такий підхід значно краще моделює реальне управління, але він припускає, що водій володіє ідеальною реакцією і не робить помилок, що в реальності неможливо. Психофізіологічний час затримки реакції середньостатистичного водія становить від 0.4 до 1.5 секунди.

Для повноцінного аналізу необхідно також формалізувати параметри системи. Основні групи параметрів системи В-А-Д, які враховуються при математичному моделюванні, систематизовано у таблиці (див. табл. 1.1).

Таблиця 1.1. Класифікація параметрів системи «Водій-Автомобіль-Дорога» (за вимогами ДСТУ)

Підсистема	Група параметрів	Основні характеристики та змінні
Водій	Психофізіологічні	Час реакції (t_r), поріг чутливості до прискорень, рівень втоми
	Алгоритмічні	Коефіцієнти підсилення (K_p, K_d), стратегія передбачення траєкторії

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

Автомобіль	Масо-геометричні	Маса (m), моменти інерції (I_z, I_x), база (L), колія (B), висота центру мас (h)
	Кінематичні	Кути Акермана, кути розвалу та сходження, передавальне число РУ (i_{py})
	Динамічні	Жорсткість підвіски, характеристики амортизаторів, коефіцієнт опору відведенню шин (k_y)
Дорога	Геометричні	Радіус кривизни траєкторії (R), поздовжній та поперечний ухили
	Фізико-механічні	Коефіцієнт зчеплення шини з дорогою (μ), рівність покриття (спектральна щільність мікропрофілю згідно з ДСТУ)

Застосування вищеописаних моделей управління (як розімкнутих, так і замкнутих) та використання параметрів, зведених у таблицю 1.1, дозволяє вирішувати широкий спектр завдань: від визначення реакції автомобіля на одиничний імпульс керма до оцінки його стійкості при русі криволінійними ділянками доріг у складних погодних умовах [15].

1.3.3. Управління з оптимізацією по цільовій функції (прогнозуючі моделі)

Попередні підходи до моделювання дій водія мали суттєвий недолік: вони реагували лише на поточне або минуле відхилення від траєкторії. Однак у реальних умовах дорожнього руху в Україні, з огляду на складний рельєф та мінливий стан дорожнього покриття (що має відповідати вимогам ДСТУ 3587-97 щодо безпеки дорожнього руху), досвідчений водій діє інакше. Він не просто виправляє помилку, а прогнозує рух автомобіля на кілька секунд вперед.

Цей принцип закладено в основу третього, найбільш сучасного підходу — управління з оптимізацією по цільовій функції. У цьому випадку система (водій або

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

автопілот) використовує внутрішню прогнозуючу математичну модель автомобіля для розрахунку майбутньої траєкторії та завчасно формує такий керуючий вплив, який мінімізує очікувані відхилення (див. рис. 1.9).

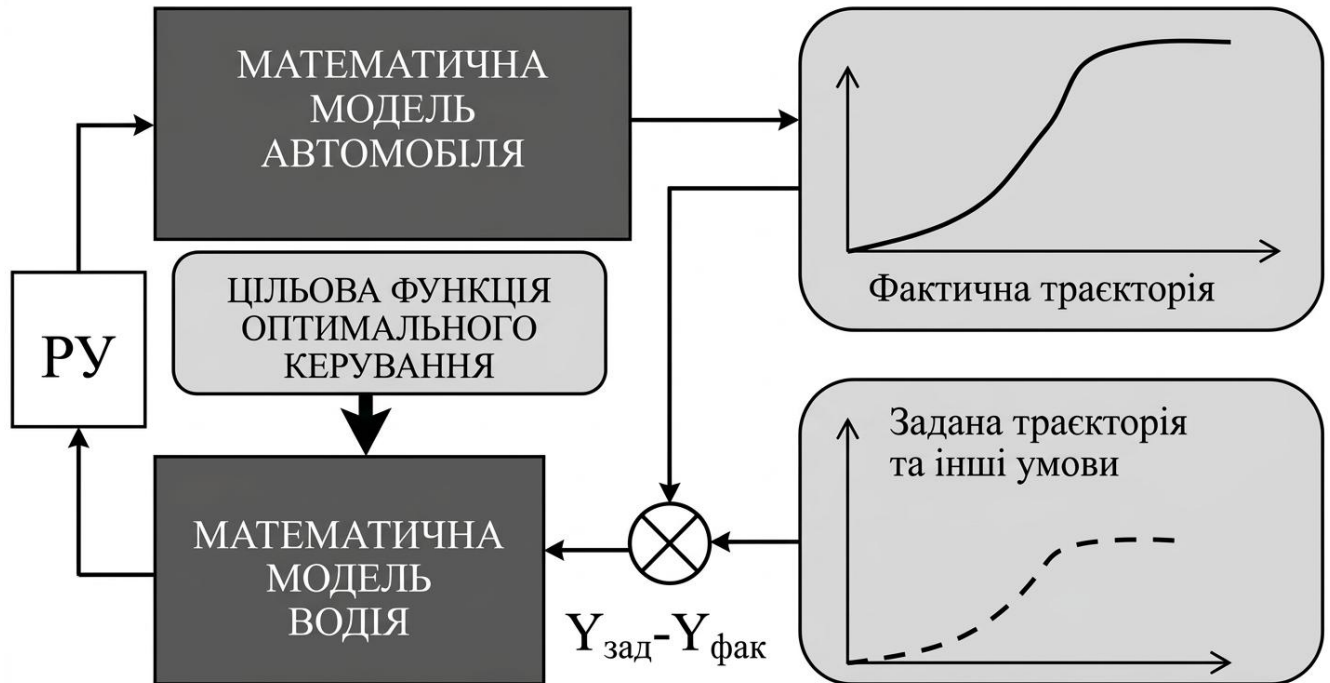


Рис. 1.9. Управління з оптимізацією по цільовій функції.

Математично цей підхід реалізується через мінімізацію інтегрального критерію якості на так званому горизонті прогнозування T_p . Цільова функція (функціонал похибки) J_p у розгорнутому вигляді для курсового управління записується наступним чином:

$$J_p = \int_t^{t+T_p} \left[\lambda_1 (y(\tau) - y_{ref}(\tau))^2 + \lambda_2 (\psi(\tau) - \psi_{ref}(\tau))^2 + \lambda_3 \dot{\delta}_{py}^2(\tau) \right] d\tau \rightarrow \min \quad (1.7)$$

де t — поточний момент часу; T_p — час (горизонт) прогнозування (зазвичай 1–3 секунди); $y(\tau)$ та $y_{ref}(\tau)$ — прогнозоване та еталонне бічне зміщення відповідно; $\psi(\tau)$ та $\psi_{ref}(\tau)$ — прогнозований та еталонний курсовий кут; $\dot{\delta}_{py}(\tau)$ — швидкість

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

обертання рульового колеса (характеризує витрати енергії на управління та комфорт пасажирів); $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — вагові коефіцієнти, що визначають пріоритетність точності чи плавності маневру.

Такий метод управління є основою для розробки сучасних систем активної безпеки (ADAS) та систем автономного водіння, оскільки дозволяє превентивно реагувати на небезпеку, що особливо важливо при русі слизькими дорогами, коефіцієнт зчеплення яких знаходиться на нижній межі допустимих норм за українськими стандартами.

1.4. Узагальнена модель керованого автомобіля та базисні поняття

1.4.1. Формування узагальненої моделі об'єкта

Для створення комплексних алгоритмів керування, які б об'єднували роботу антиблокувальної системи гальм (ABS), системи електронного контролю стійкості (ESP) та активного рульового управління, необхідно розглядати автомобіль як багатовимірний об'єкт управління з багатьма входами та виходами (MIMO — Multiple Input Multiple Output).

Узагальнена модель об'єкта "Керований автомобіль" враховує не лише рульове керування, але й незалежне підгальмовування окремих коліс та зміну крутного моменту тягового двигуна. Така комплексна структура дозволяє перерозподіляти сили в плямі контакту шини з дорогою для створення стабілізуючого моменту (див. рис. 1.10).

Динамічні властивості такої узагальненої моделі в лінійному наближенні зручно досліджувати за допомогою передавальних функцій. Наприклад, реакція автомобіля за кутовою швидкістю рискання на поворот рульового колеса описується аперіодичною ланкою другого порядку (коливальною ланкою):

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

$$W_{\omega_z}(s) = \frac{\omega_z(s)}{\delta_{py}(s)} = \frac{K_{\omega}(T_1 s + 1)}{T_2^2 s^2 + 2\xi T_2 s + 1} \quad (1.8)$$

де $W_{\omega_z}(s)$ — передавальна функція; s — оператор Лапласа; K_{ω} — статичний коефіцієнт підсилення (чутливість рульового управління); T_1 — постійна часу випередження; T_2 — постійна часу (характеризує інерційність автомобіля); ξ — коефіцієнт демпфування.

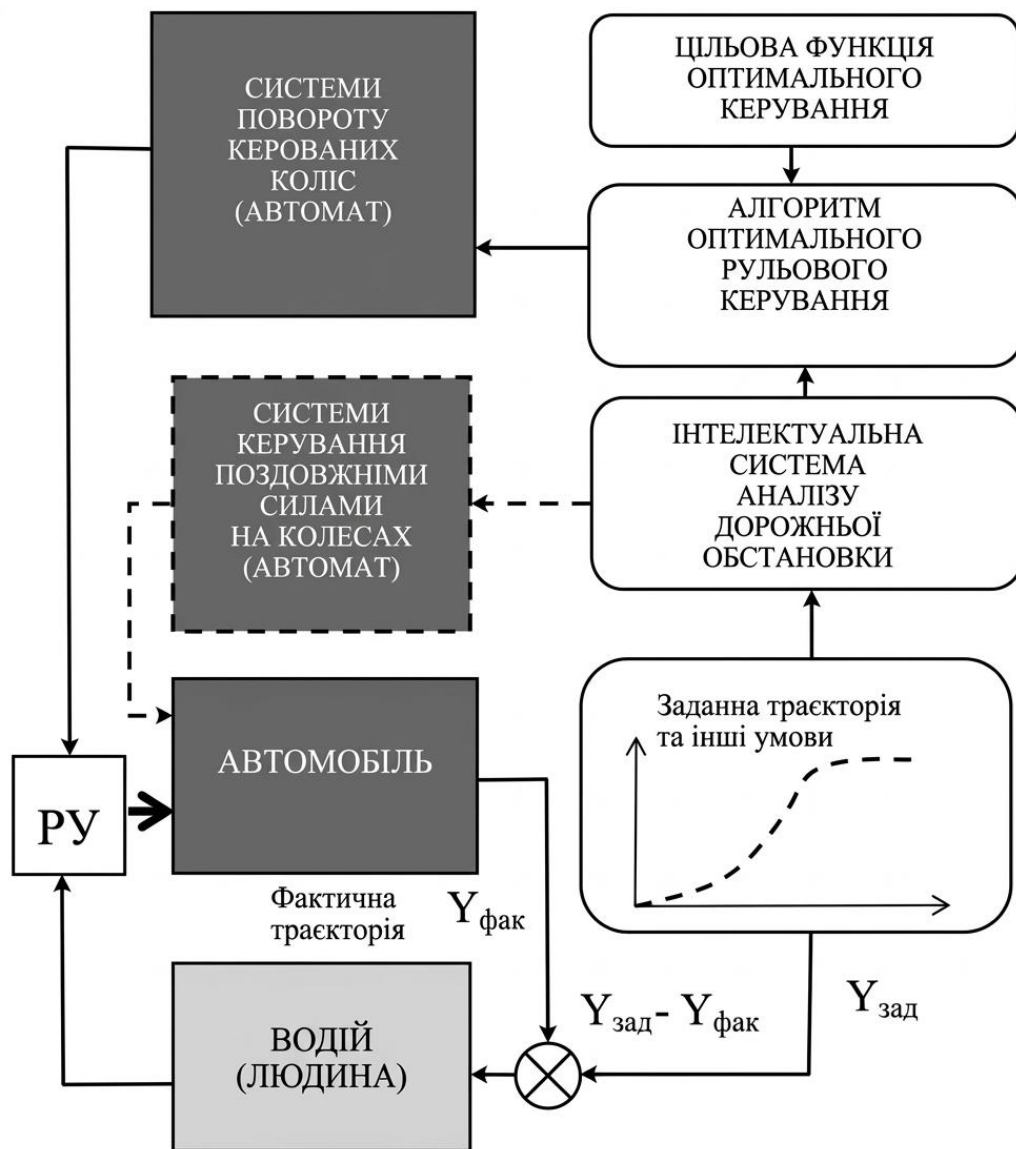


Рис. 1.10. Узагальнена модель об'єкта КЕРОВАНІЙ АВТОМОБІЛЬ.

Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата

Ці параметри повністю залежать від конструкції транспортного засобу та характеристик шин. Якщо коефіцієнт демпфування $\xi < 0.7$, система схильна до коливань, що суб'єктивно сприймається водієм як "погане утримання дороги".

1.4.2. Базисні поняття управління курсовим рухом

Процес управління курсовим рухом — це безперервне вирішення задачі стабілізації автомобіля на заданій траєкторії або переходу на нову траєкторію при виконанні маневру [11, 12]. Для того щоб формалізувати цей процес і перевести його на мову математики та алгоритмів, вводиться ряд базисних понять, які створюють єдину систему координат для інженера-дослідника (див. рис. 1.11).

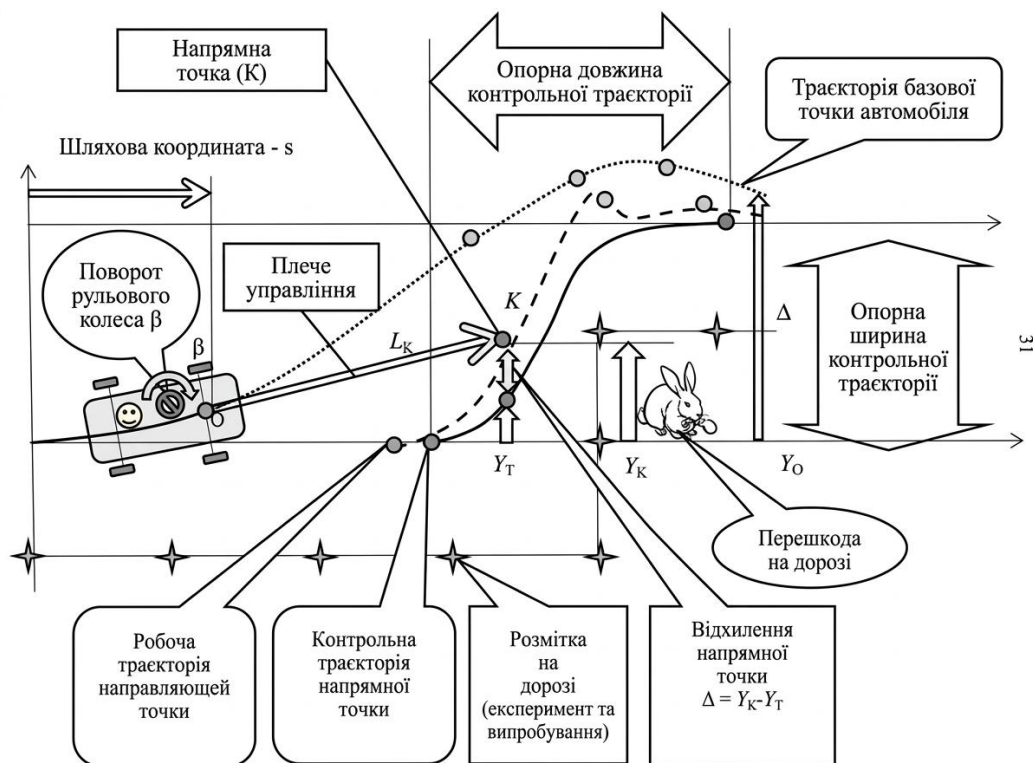


Рис. 1.11. Базисні поняття для опису процесу управління курсовим рухом.

Головним показником якості управління є похибка курсу $\Delta\psi$, яка виникає внаслідок зовнішніх збурень або неточності дій водія. Вона визначається як інтег-

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

рал від різниці між фактичною кутовою швидкістю riskання ω_z та теоретично необхідною кутовою швидкістю $\omega_{z,ref}$ (яка відповідає ідеальній кінематичній траєкторії):

$$\Delta\psi(t) = \int_0^t (\omega_z(\tau) - \omega_{z,ref}(\tau)) d\tau + \Delta\psi_0 \quad (1.9)$$

де $\Delta\psi_0$ — початкова похибка курсу на момент початку спостереження.

Якщо ця похибка зростає з часом без керуючого впливу водія, об'єкт вважається курсово нестійким. У сучасних умовах, за вимогами європейських директив та гармонізованих з ними стандартів України, сучасний автомобіль повинен зберігати курсову стійкість (властивість недостатньої поворотності) в усьому діапазоні експлуатаційних швидкостей аж до моменту повної втрати зчеплення з дорогою.

1.5. Висновки до розділу 1

На основі проведеного аналізу керованого руху автомобіля в системі «Водій-Автомобіль-Дорога» можна зробити наступні висновки:

1. Забезпечення активної безпеки автомобіля є комплексним завданням, яке неможливо вирішити без глибокого математичного моделювання взаємодії транспортного засобу з опорною поверхнею (дорогою) та людиною-оператором. Використання оптимізуючих функцій та моделей сервозв'язку дозволяє суттєво підвищити адекватність теоретичних досліджень реальним умовам руху.

2. Автомобіль являє собою складну багатовимірну нелінійну систему. Для цілей проектування та аналізу (на рівні кваліфікаційної роботи) доцільно використовувати спрощені "велосипедні" моделі для зони лінійних характеристик шин, переходячи до простору станів та узагальнених багатовимірних моделей при синтезі систем стабілізації (ESP, активне рульове керування).

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

3. Класифікація підходів до управління рухом (жорсткий закон, кінематичне відстеження, прогнозує управління) показує еволюцію інженерної думки від пасивних систем до сучасних активних інтелектуальних систем допомоги водієві (ADAS).

4. Нормативно-правова база України (зокрема державні стандарти ДСТУ щодо якості дорожнього покриття та безпеки транспортних засобів) ставить жорсткі вимоги до стійкості об'єкта. Відхилення параметрів мікропрофілю дороги та коефіцієнта зчеплення виступають як потужні зовнішні збурення, що мають бути компенсовані або майстерністю водія, або надійністю автоматичних систем автомобіля, чия робота описується наведеними вище математичними закономірностями.

Подальші дослідження у наступних розділах роботи будуть базуватися на сформованому математичному апараті та розглянутій узагальненій моделі керованого автомобіля.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докцм	Підпис	Дата		

РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КУРСОВОГО РУХУ АВТОМОБІЛЯ

2.1. Математична плоска модель керованого руху

Дослідження керованості та стійкості автомобіля як складної динамічної системи вимагає розробки адекватних математичних моделей. На етапі проектування та теоретичного аналізу (зокрема, в рамках бакалаврських досліджень) найбільш поширеною та ефективною є плоска ("велосипедна") модель руху [11]. Вона дозволяє з достатньою для інженерної практики точністю описати поведінку транспортного засобу при здійсненні курсових маневрів на дорогах з твердим покриттям, що відповідають вимогам українських стандартів (наприклад, ДСТУ 3587-97 щодо експлуатаційного стану доріг).

При побудові плоскої моделі приймаються наступні припущення: рух розглядається на ідеально рівній горизонтальній поверхні; автомобіль вважається симетричним відносно поздовжньої осі; ліві та праві колеса кожної осі об'єднуються в одне еквівалентне колесо; аеродинамічним опором та креном кузова нехтують.

У такій системі автомобіль розглядається як тверде тіло, що має два ступені волі у горизонтальній площині: поперечне переміщення та обертання навколо вертикальної осі (рискання). Розрахункова кінематична та динамічна схема наведена нижче (див. рис. 2.1).

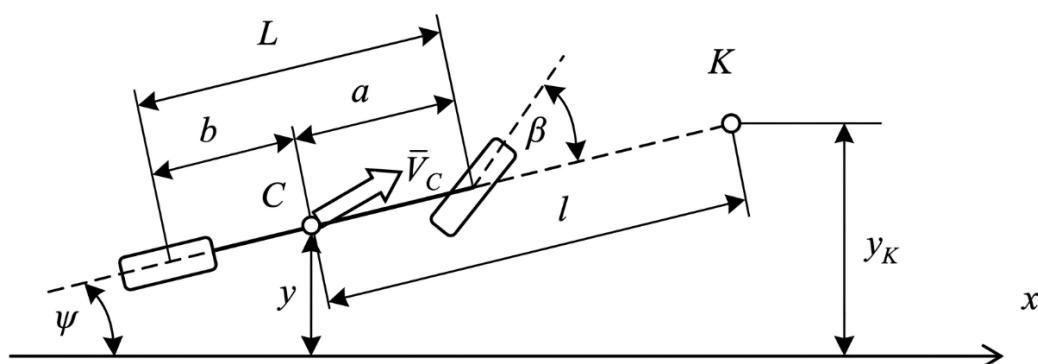


Рис. 2.1. Плоска модель курсового руху.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

Закони збереження імпульсу та моменту імпульсу для даної системи, записані у рухомій системі координат, жорстко пов'язаній з центром мас автомобіля, дозволяють скласти систему диференціальних рівнянь руху.

Перше рівняння описує баланс сил у поперечному напрямку (проекція на вісь Y). Відповідно до другого закону Ньютона, добуток маси автомобіля на його абсолютне поперечне прискорення дорівнює сумі всіх зовнішніх бічних сил, що діють на колеса:

$$m \cdot V \cdot (\dot{\beta} + \omega_z) = Y_1 + Y_2 \quad (2.1)$$

де m — загальна маса автомобіля; V — модуль вектора лінійної швидкості центру мас автомобіля (вважається постійним під час виконання простого маневру); β — кут бічного ковзання (відведення) центру мас; $\dot{\beta}$ — швидкість зміни кута бічного ковзання (похідна за часом); ω_z — кутова швидкість обертання автомобіля навколо вертикальної осі (швидкість рискання); Y_1, Y_2 — сумарні поперечні реакції, що діють у плямах контакту передніх та задніх коліс з дорогою відповідно.

Друге рівняння описує баланс моментів відносно вертикальної осі, що проходить через центр мас (вісь Z):

$$J_z \cdot \dot{\omega}_z = Y_1 \cdot a - Y_2 \cdot b \quad (2.2)$$

де J_z — момент інерції автомобіля відносно вертикальної осі; $\dot{\omega}_z$ — кутове прискорення рискання; a, b — відстані від центру мас до передньої та задньої осей відповідно.

Ключовим елементом моделі є опис взаємодії пневматичної шини з дорогою. У зоні нормальних експлуатаційних режимів (до настання повного ковзання) поперечні реакції пропорційні кутам відведення коліс. Ця лінійна гіпотеза справедлива

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

при поперечних прискореннях до 0.3...0.4 g, що характерно для більшості цивільних маневрів на дорогах України [13].

Кути бічного відведення передньої (α_1) та задньої (α_2) осей визначаються з кінематики руху. Вони залежать від кута повороту керованих коліс δ , кута ковзання центру мас β та кутової швидкості ристання ω_z :

$$\alpha_1 = \delta - \left(\beta + \frac{a \cdot \omega_z}{V} \right) \quad (2.3)$$

$$\alpha_2 = - \left(\beta - \frac{b \cdot \omega_z}{V} \right) \quad (2.4)$$

Тоді поперечні сили можна записати через коефіцієнти опору бічному відведенню: $Y_1 = K_1 \cdot \alpha_1$ та $Y_2 = K_2 \cdot \alpha_2$, де K_1, K_2 — сумарні коефіцієнти жорсткості шин передньої та задньої осей (кН/рад).

Підставляючи вирази для сил в рівняння (2.1) та (2.2), ми отримуємо класичну систему двох лінійних диференціальних рівнянь першого порядку, яка слугує базисом для побудови систем активної безпеки (наприклад, ESP) та оцінки керованості автомобіля під час сертифікаційних випробувань за українськими та європейськими стандартами.

2.2. Операторний метод дослідження динаміки (передавальні функції)

Для аналізу отриманої системи диференціальних рівнянь, а також для її використання у теорії автоматичного управління, найбільш доцільним є перехід від області часу до області комплексного змінного (операторна область) за допомогою перетворення Лапласа. Це дозволяє алгебраїзувати систему та оперувати поняттям "передавальна функція" [12].

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

При нульових початкових умовах систему рівнянь керованого руху можна представити в матричній формі у просторі Лапласа, де s — оператор Лапласа:

$$\begin{bmatrix} m \cdot V \cdot s + (K_1 + K_2) & m \cdot V + \frac{K_1 \cdot a - K_2 \cdot b}{V} \\ K_1 \cdot a - K_2 \cdot b & J_z \cdot s + \frac{K_1 \cdot a^2 + K_2 \cdot b^2}{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(s) \\ \omega_z(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_1 \cdot a \end{bmatrix} \delta(s) \quad (2.5)$$

Розв'язуючи цю систему відносно кутової швидкості рискання $\omega_z(s)$, знаходимо передавальну функцію автомобіля по рисканню $W_\omega(s)$, яка є відношенням вихідного параметра до керуючого впливу (кута повороту коліс $\delta(s)$):

$$W_\omega(s) = \frac{\omega_z(s)}{\delta(s)} = \frac{K_\omega \cdot (T_1 \cdot s + 1)}{T_2^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \xi \cdot T_2 \cdot s + 1} \quad (2.6)$$

де K_ω — статичний коефіцієнт підсилення (показує, яка встановиться кутова швидкість рискання при одиничному повороті керма); T_1 — постійна часу чисельника (залежить від розподілу мас); T_2 — постійна часу автомобіля (характеризує інерційність перехідного процесу); ξ — відносний коефіцієнт демпфування.

Для кращого розуміння фізичного змісту цих параметрів у контексті бакалаврської роботи наведемо типові значення та їх вплив на керованість у вигляді таблиці (див. табл. 2.1).

Таблиця 2.1. Типові динамічні параметри плоскої моделі автомобіля (класу В/С за європейською класифікацією, що експлуатуються в Україні)

Параметр	Позначення	Типовий діапазон	Вплив на керованість
Маса автомобіля	m , кг	1100 – 1600	Збільшення маси знижує чутливість до керування та збільшує інерційність (T_2).

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

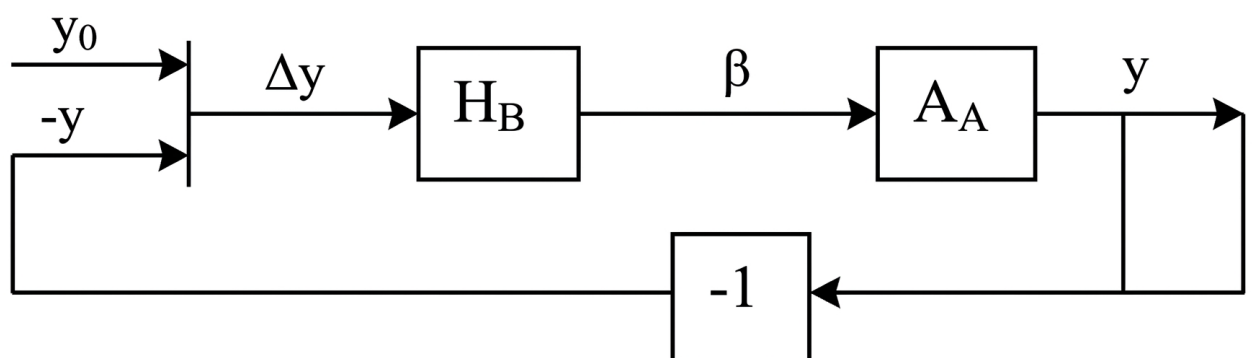
Момент інерції	$J_z, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	1800 – 2800	Великий момент інерції уповільнює реакцію автомобіля на поворот керма.
Жорсткість шин	$K_1, K_2, \text{Н/рад}$	40000 – 80000	Більш "жорсткі" шини (зимові vs літні за ДСТУ) забезпечують краще демпфування (ξ).
Статична чутливість	$K_\omega, 1/\text{с}$	1.5 – 3.0	Визначає "гостроту" керма при русі на високих швидкостях.

2.3. Дослідження замкнутої системи «Водій-Автомобіль»

Розглянута вище модель є розімкнутою (автомобіль реагує на заданий кут). Однак реальний процес управління на дорозі передбачає постійний зворотний зв'язок. Водій візуально оцінює траєкторію, порівнює її з бажаною (заданою напрямком смуги руху) і безперервно коригує положення керма [14].

Найпростіша одноконтурна схема керування, що ілюструє цей процес, є базовою моделлю в теорії ергономіки та кібернетики автомобіля (див. рис. 2.2).

У такій системі водій розглядається як регулятор. Його математична модель повинна враховувати психофізіологічне запізнювання (час реакції на зміну дорожньої обстановки, що за даними експертиз ДТП в Україні становить від 0.6 до 1.2 секунди) та здатність до прогнозування (формування випередження).



					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

Рис. 2.2. Найпростіша одноконтурна схема управління.

Передавальна функція водія $W_v(s)$ у найпростішому лінійному наближенні описується ланкою з чистим запізненням та пропорційно-диференціальним законом регулювання:

$$W_v(s) = K_p \cdot (1 + T_d \cdot s) \cdot e^{-\tau \cdot s} \quad (2.7)$$

де K_p — коефіцієнт підсилення водія (чутливість до помилки); T_d — постійна часу випередження (відображає здатність водія прогнозувати зміну траєкторії); τ — час чистого запізнення (реакції) водія.

Закон керування в такому контурі формується на основі похибки відстеження $E(s)$, яка дорівнює різниці між заданим $Y_{ref}(s)$ та фактичним $Y(s)$ положенням автомобіля на дорозі:

$$E(s) = Y_{ref}(s) - Y(s) \quad (2.8)$$

Аналіз цієї замкнутої системи дозволяє визначити межі стійкості. При значному втомленні водія (збільшення τ) або при русі по слизькому покриттю (зменшення коефіцієнтів K_1, K_2) система може втратити стійкість, що призведе до коливань автомобіля в межах смуги руху і подальшого заносу. Це пояснює фундаментальні причини багатьох ДТП, зафіксованих Національною поліцією України у складних погодних умовах.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

2.4. Оцінка маневреності та стійкості: маневр «Переставка»

Для практичної оцінки керованості транспортних засобів під час сертифікації (згідно з ДСТУ UN/ECE R 13-Н та іншими стандартами безпеки) використовуються типові випробувальні маневри. Одним із найважливіших є маневр «Переставка» (зміна смуги руху). Він імітує різкий об'їзд перешкоди на проїжджій частині, що є критичним тестом для перевірки динамічної стійкості автомобіля.

Для візуалізації цього процесу розглянемо схему виконання маневру (див. рис. 2.3).

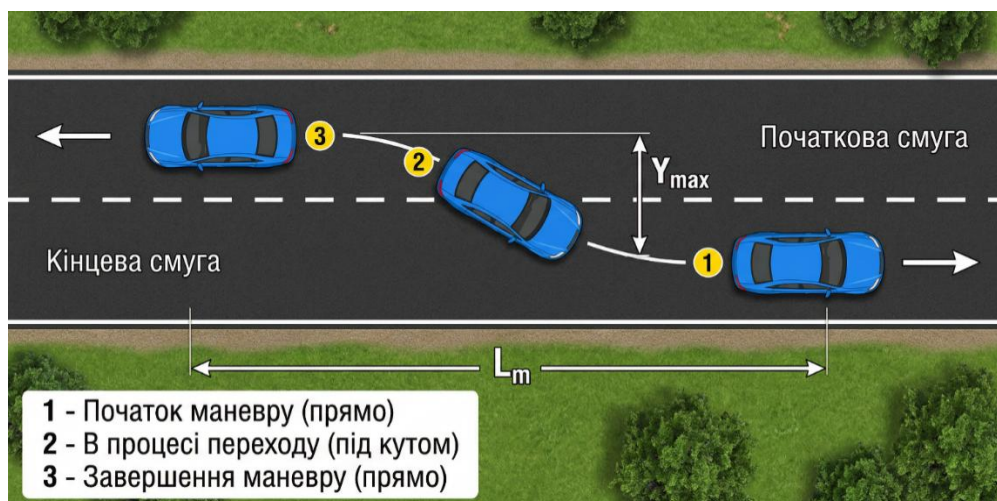


Рис. 2.3. Схема виконання маневру "Переставка" (зміна смуги руху).

Математичний аналіз цього маневру базується на інтегруванні рівнянь руху. Бічне переміщення $y(t)$ у нерухомій системі координат (відносно дороги) можна знайти через інтеграл від поперечної швидкості та курсового кута:

$$y(t) = \int_0^t [V \cdot \sin(\psi(\tau)) + v_y(\tau) \cdot \cos(\psi(\tau))] d\tau \quad (2.9)$$

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

При малих кутах відхилення (лінійна модель) це рівняння спрощується до $y(t) \approx \int V \cdot (\psi + \beta) dt$. Згідно з результатами аналізу у частотній області (з використанням перетворення Фур'є та передавальних функцій з розділу 2.2), максимальна ширина переставки Y_{max} при заданій швидкості керування кермом визначається наступною залежністю [15]:

$$Y_{max}(V) = \frac{\beta_m \cdot V^2 \cdot \tau^2}{L^2 - \left[\frac{(a \cdot K_1 - b \cdot K_2)}{K_1 \cdot K_2} \right] \cdot m \cdot V^2} \quad (2.10)$$

де β_m — максимальний кут повороту керма під час маневру; L — колісна база автомобіля ($L = a + b$); τ — час виконання маневру.

З рівняння (2.10) випливає критично важлива умова динамічної стійкості. Якщо знаменник прямує до нуля, амплітуда бічного відхилення прямує до нескінченності (втрата керованості). Умова збереження курсової стійкості вимагає, щоб:

$$a \cdot K_1 \leq b \cdot K_2 \quad (2.11)$$

Ця нерівність є фундаментальним правилом конструювання: для забезпечення так званої "недостатньої поворотності" (безпечної поведінки), жорсткість задніх шин щодо відстані до центру мас повинна бути більшою за жорсткість передніх.

Українські стандарти оцінки стійкості та керованості, адаптовані до європейських норм, містять конкретні критерії допустимої поведінки автомобіля під час таких маневрів (див. табл. 2.2).

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

Таблиця 2.2. Критерії оцінки курсової стійкості під час випробувань (відповідно до норм ДСТУ)

Критерій оцінки	Опис параметра	Допустимі значення (орієнтовно)
Пікова швидкість рискування	Максимальне значення ω_z при різкому ривку керма	Не повинна перевищувати кінематично задану більш ніж на 15%
Час запізнювання реакції	Затримка між поворотом керма та появою поперечного прискорення a_y	$t < 0.2$ секунди для легкових авто
Коефіцієнт зату- хання коливань	Характеризує швидкість стабілізації після маневру "Переставка"	Коливання повинні повністю згаснути за 1-1.5 періоди
Максимальний кут ковзання ку- зова	Граничне значення β при якому система ESP починає втручання	$\beta_{\max} \approx 3...5^\circ$ на сухому асфальті

2.5. Висновки до розділу 2

Теоретичний аналіз та математичне моделювання курсового руху автомобіля дозволяють зробити наступні висновки:

1. Плоска ("велосипедна") модель автомобіля є достатньо точним і необхідним інструментом для розрахунку динамічних характеристик на етапі бакалаврського проектування. Вона описується системою диференціальних рівнянь (2.1 - 2.2), що пов'язують поперечні сили, масу та моменти інерції.
2. Використання операторного методу Лапласа дозволило отримати передавальну функцію автомобіля (2.6). Її аналіз доводить, що автомобіль являє собою складну інерційну ланку другого порядку, параметри якої суттєво залежать від швидкості руху та стану дорожнього покриття.
3. Уведення в математичну модель передавальної функції водія (2.7) перетворює систему на замкнутий контур керування. Стійкість такої системи критично залежить від часу запізнювання реакції людини-оператора, що підтверджує важливість впровадження автоматичних електронних систем стабілізації для сучасних умов руху в Україні.
4. Аналіз типового маневру "Переставка" математично доводить (формули 2.10 -

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

2.11), що конструктивна недостатня поворотність є обов'язковою умовою безпеки транспортного засобу. Невідповідність цим теоретичним параметрам призводить до порушення вимог ДСТУ щодо активної безпеки автомобілів.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докцм	Підпис	Дата		

РОЗДІЛ 3. АНАЛІТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК ПРОЦЕСІВ КЕРОВАНОГО РУХУ В УМОВАХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

3.1. Узагальнена розрахункова схема та моделювання зовнішніх збурень

Для проведення глибокого кількісного аналізу та аналітичного розрахунку динаміки автомобіля, що базується на системі диференціальних рівнянь, отриманих у другому теоретичному розділі, необхідно суттєво розширити базову плоску ("велосипедну") модель. В умовах реальної експлуатації на автомобільних дорогах України — як на швидкісних магістралях (наприклад, М-05 Київ-Одеса чи М-06 Київ-Чоп), так і на дорогах регіонального значення, які проектуються та утримуються згідно з жорсткими вимогами ДСТУ Б В.2.3-4-2000 (Споруди транспорту. Автомобільні дороги) — на транспортний засіб діють не лише цілеспрямовані керуючі зусилля водія, але й значні випадкові та детерміновані зовнішні збурення [13].

До таких зовнішніх збурень, що найбільш суттєво впливають на активну безпеку, в першу чергу відносяться аеродинамічні сили (раптові пориви бокового вітру під час виїзду з лісосмуги на відкриту ділянку або під час обгону великогабаритних вантажівок) та кінематичні впливи від нерівностей дорожнього покриття (мікропрофіль, колійність, ями). Узагальнена розрахункова схема ланки "АВТОМОБІЛЬ", що враховує всі ці додаткові фактори і слугує основою для подальшого інтегрування рівнянь руху, наведена нижче (див. рис. 3.1).

Розрахунок впливу бокового вітру здійснюється шляхом додавання до правих частин вихідних диференціальних рівнянь (див. формули 2.1 - 2.2 попереднього розділу) зовнішньої збурюючої сили та моменту, що викликають неконтрольоване рискання. Аеродинамічна бокова сила F_{ay} , яка діє на кузов автомобіля, визначається за класичним рівнянням гідроаеродинаміки:

$$F_{ay} = C_y \cdot \frac{\rho \cdot V_w^2}{2} \cdot S_b \quad (3.1)$$

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

де C_y — безрозмірний аеродинамічний коефіцієнт бокової сили (визначається експериментально шляхом продувки моделі в аеродинамічній трубі або методами CFD-моделювання); ρ — густина повітря (за стандартних умов в Україні приймається $\rho \approx 1.225 \text{ кг/м}^3$); V_w — швидкість відносного бокового потоку вітру з урахуванням швидкості самого автомобіля; S_b — площа бічної проєкції автомобіля (площа міделя в боковій площині).

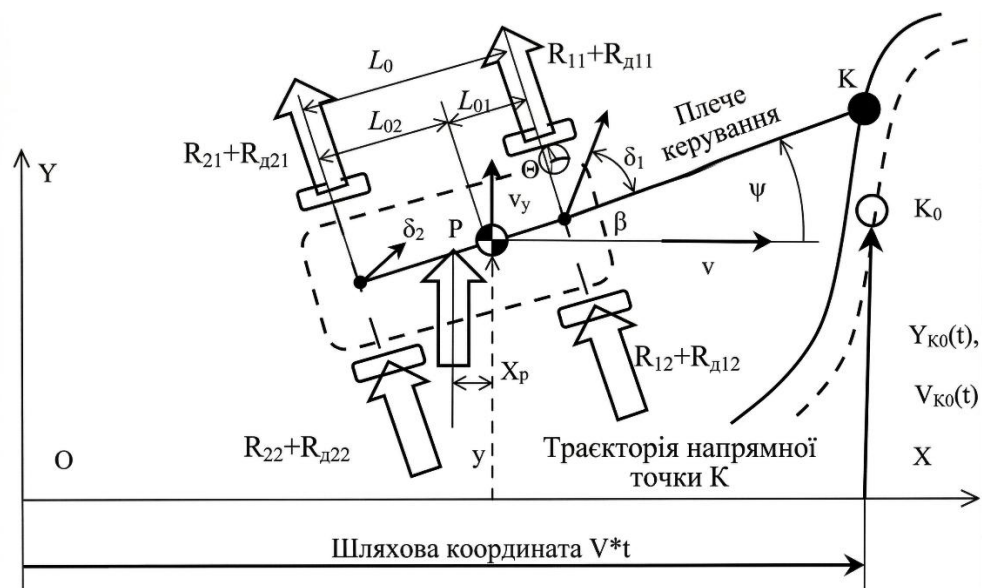


Рис. 3.1. Загальна розрахункова схема ланки «АВТОМОБІЛЬ». (Р - положення метацентру аеродинамічних сил, $R_д$ - впливи від нерівностей дороги).

Збурюючий момент рискання M_{az} від дії вітру розраховується з урахуванням відстані l_w (плеча сили вітру) від центру мас автомобіля до метацентру (точки прикладання рівнодіючої всіх аеродинамічних сил Р). У більшості сучасних автомобілів з кузовом седан або хетчбек метацентр зміщений вперед відносно центру мас, що робить транспортний засіб аеродинамічно нестійким:

$$M_{az} = F_{ay} \cdot l_w = C_m \cdot \frac{\rho \cdot V_w^2}{2} \cdot S_b \cdot L \quad (3.2)$$

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

де C_m — коефіцієнт аеродинамічного моменту рискання, приведений до бази; L — колісна база автомобіля (відстань між передньою та задньою осями).

Для виконання розрахунків у даній кваліфікаційній роботі було використано усереднені технічні параметри типового легкового автомобіля класу С (наприклад, вітчизняного складання), що масово експлуатується в Україні (див. табл. 3.1).

Таблиця 3.1. Вихідні масо-габаритні та аеродинамічні дані для розрахунку впливу зовнішніх збурень

Найменування параметра	Позначення	Значення	Одиниця виміру
Повна маса автомобіля	m	1450	кг
Колісна база автомобіля	L	2.65	м
Площа бічної проєкції	S_b	4.25	м ²
Коефіцієнт бокової аеродинаміки	C_y	0.82	-
Зміщення метацентру вперед	l_w	0.45	м
Амплітуда нерівності дороги (за ДСТУ)	h_d	0.05	м
Розрахункова швидкість руху	V	25.0	м/с (90 км/год)

Аналізуючи дані з таблиці 3.1, можна зробити висновок, що при швидкості бокового вітру $V_w = 15$ м/с бокова сила F_{ay} може сягати 480 Н. Враховуючи плече l_w , збурюючий момент рискання складе понад 215 Н·м, що еквівалентно додатковому, не санкціонованому водієм повороту керма. Саме тому розширення матричної моделі простору станів є критично важливим. Матрична система $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{E}\mathbf{W}$ тепер містить матрицю збурень $\mathbf{W}$, елементами якої є вектори сили вітру та моментів від дороги.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

3.2. Розрахункове порівняння методів управління траєкторією

Наступним кроком розрахункового розділу є аналіз кінематичних та динамічних параметрів автомобіля при різних законах управління. Як було детально обґрунтовано в теоретичній частині роботи [11], водій або система автопілота (ADAS) може діяти як розімкнута система (так званий жорсткий або програмний закон управління) або як замкнута система (динамічне управління з відстеженням траєкторії та прогнозуванням).

Для глибокого математичного аналізу розглянемо графічне та аналітичне порівняння цих двох режимів на прикладі курсового руху з плечем управління L_k (де L_k — це відстань від центру мас автомобіля до направляючої точки на дорозі, куди спрямований погляд водія). Це порівняння наочно демонструє стабільність системи (див. рис. 3.2).

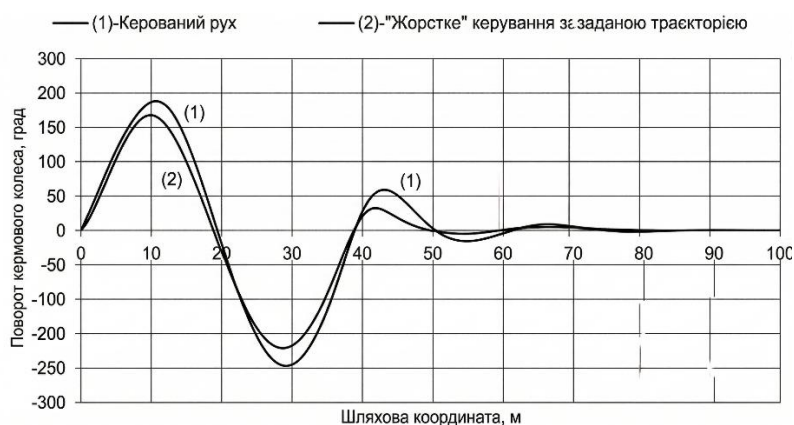


Рис. 3.2. Порівняння керованого руху (плече управління $L_k=0$) і "жорсткого" управління по заданій траєкторії.

При "жорсткому" управлінні за заданим законом повороту керованих коліс (тобто коли контур розімкнутий і водій виконує завчений рух кермом незалежно від реального стану авто), розрахунок зводиться до визначення прямої реакції системи

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докцм	Підпис	Дата		

на ступінчастий або синусоїдальний керуючий вплив $\delta(t)$. Такий метод характерний для випробувальних стендів та спеціальних полігонних тестів, де руль обертається спеціальним роботом (див. рис. 3.3).

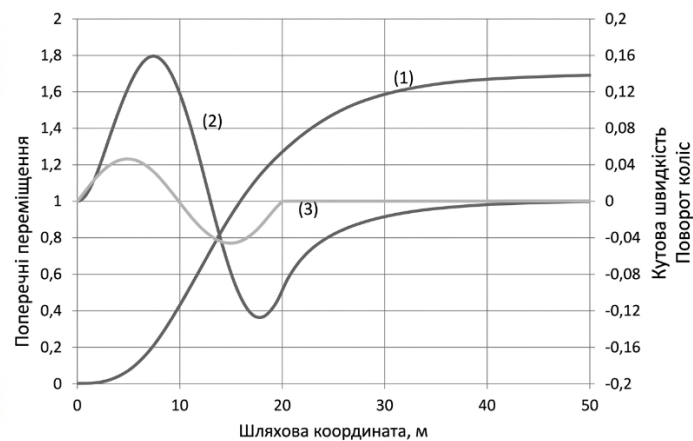


Рис. 3.3. Управління за "жорстким" законом повороту керованих коліс.

Точний аналітичний розрахунок фактичного бічного зміщення $Y(t)$ автомобіля на дорозі при жорсткому імпульсному управлінні кермом виконується шляхом подвійного інтегрування поперечного прискорення a_y з урахуванням кінематичних складових. Спочатку записуємо прискорення як суму похідної швидкості відведення та доцентрового прискорення рискання:

$$a_y(t) = V \cdot (\dot{\beta}(t) + \omega_z(t)) \quad (3.3)$$

Потім, знаходячи другий інтеграл від цього прискорення, отримуємо функцію бічного зміщення (на скільки метрів автомобіль відхилився від осі):

$$Y(t) = \int_0^t \left(\int_0^\tau a_y(u) du \right) d\tau + Y_0 + \dot{Y}_0 \cdot t \quad (3.4)$$

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

де Y_0 та $\dot{Y}_0$ — початкове бічне зміщення та початкова швидкість зміщення відповідно (константи інтегрування, що визначаються станом автомобіля до початку маневру).

Проте, як доводять чисельні розрахунки, будь-яке, навіть мінімальне невраховане зовнішнє збурення F_{ay} або нерівномірність покриття при такому законі управління призводить до того, що похибка курсу безперервно акумулюється (через процес інтегрування). Автомобіль неминуче сходить із заданої траєкторії. Згідно з вимогами безпеки дорожнього руху (зокрема, Правилами дорожнього руху України та відповідними ДСТУ щодо розмітки), автомобіль не повинен залишати межі своєї смуги, стандартна ширина якої становить від 2.75 м (для місцевих доріг) до 3.75 м (для магістралей вищої категорії). Уникнути виїзду за межі смуги при зовнішніх збуреннях неможливо без замкнутого контуру із зворотним зв'язком.

Щоб виправити цю проблему, вводиться оптимізований закон керування із зворотним зв'язком (базуючись на передавальних функціях з розділу 2), який математично описує поведінку адекватного водія. В розрахунковій моделі він приймається у вигляді:

$$\delta(t) = -K_p \cdot [Y_c(t) + L_k \cdot \psi(t)] \quad (3.5)$$

де K_p — розрахунковий коефіцієнт пропорційного підсилення водія (залежить від досвіду та рівня втоми, вимірюється в рад/м); $Y_c(t)$ — поточне бічне зміщення центру мас від осі смуги; L_k — дистанція прогнозування (плече управління, яке зазвичай відповідає 1-2 секундам руху, тобто $L_k \approx V \cdot 1.5$); $\psi(t)$ — поточний курсовий кут автомобіля відносно дороги.

Рівняння (3.5) демонструє, що водій повертає кермо пропорційно не лише до того, де автомобіль знаходиться зараз (Y_c), але й зважаючи на те, куди він спрямо-

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

ваний (ψ). Застосування цього рівняння дозволяє математично стабілізувати автомобіль. У наступній частині розділу ми проведемо точний покроковий аналітичний розрахунок параметрів цього перехідного процесу.

3.3. Аналітичний розрахунок процесів керованого руху та аналіз стійкості

Маючи повністю формалізовану замкнуту систему управління (рівняння об'єкта 2.1-2.2, які описують фізику транспортного засобу, та рівняння регулятора 3.5, що описує водія), ми можемо перейти до безпосереднього аналітичного розрахунку перехідних процесів. Цей етап є вкрай важливим, оскільки він дозволяє без використання дорогих експериментів або натурних випробувань отримати точні значення кінематичних параметрів у будь-який момент часу t під час виконання екстреного маневру на дорозі [12]. Схема алгоритму такого розрахунку зображена на відповідному рисунку (див. рис. 3.4).

Використовуючи метод простору станів та перетворення Лапласа, систему диференціальних рівнянь можна вирішити аналітично. Для замкнутої системи характеристичне рівняння (яке є знаменником передавальної функції замкнутої системи і прирівнюється до нуля) визначає власну динаміку об'єкта разом із водієм. У загальному випадку, при врахуванні інерційності рульового приводу, воно зводиться до полінома третього або четвертого ступеня відносно комплексної змінної s :

$$A_3 \cdot s^3 + A_2 \cdot s^2 + A_1 \cdot s + A_0 = 0 \quad (3.6)$$

Коефіцієнти A_i цього полінома не є випадковими абстракціями — це складні алгебраїчні комбінації реальних конструктивних параметрів: маси автомобіля m , моментів інерції J_z , жорсткості шин на бічне відведення (K_1, K_2) та параметрів налаштування водія-регулятора (K_p, L_k). Корені цього характеристичного рівняння

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

(так звані полюси системи) у просторі комплексних чисел позначаються як $s_{1,2} = -\sigma \pm j\omega_d$. Саме вони математично визначають фізичний характер перехідного процесу. Щоб пояснити це детальніше, ми вводимо поняття комплексної площини (див. рис. 3.5).



Рис. 3.4. Алгоритм аналітичного розрахунку.

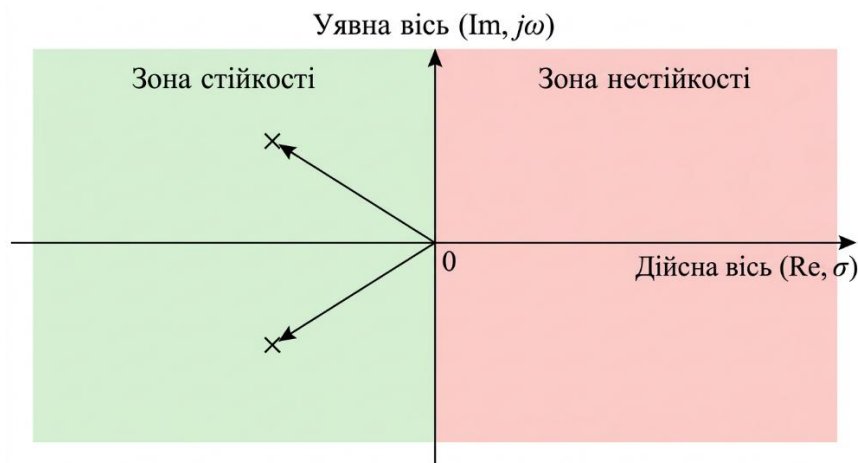


Рис. 3.5. Аналіз стійкості системи Водій-Автомобіль за полюсами.

Згідно з класичним критерієм стійкості Гурвіца-Рауса, система є асимптотично стійкою (автомобіль гарантовано не піде в прогресуючий занос), якщо всі дійсні частини коренів є від'ємними (тобто $-\sigma < 0$). У цьому випадку σ виступає як показник експоненційного затухання коливань.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

Аналітичне рішення для кутової швидкості рискання $\omega_z(t)$ при одиничному ступінчастому збуренні (наприклад, раптовий порив бокового вітру силою 500 Н) описується сумою експонент, помножених на гармонійні функції синуса і косинуса. Така форма запису є прямим наслідком наявності комплексно-спряжених коренів:

$$\omega_z(t) = e^{-\sigma \cdot t} \cdot [C_1 \cdot \cos(\omega_d \cdot t) + C_2 \cdot \sin(\omega_d \cdot t)] + \omega_{z,\infty} \quad (3.7)$$

де ω_d — власна частота затухаючих курсових коливань автомобіля (вимірюється в рад/с і характеризує, наскільки часто автомобіль здійснює "виляння" задом при стабілізації); C_1, C_2 — константи інтегрування, що суворо визначаються з початкових умов (наприклад, $\omega_z(0) = 0$ та $\dot{\omega}_z(0) = 0$); $\omega_{z,\infty}$ — стає значення рискання після закінчення процесу маневрування (дорівнює нулю для стійкого прямолінійного руху).

Залишкове бічне зміщення $Y(t)$ після завершення перехідного процесу (при $t \rightarrow \infty$) можна розрахувати безпосередньо в операторній формі, уникаючи громіздкого зворотного перетворення, якщо використати граничну теорему про кінцеве значення перетворення Лапласа:

$$Y_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} [s \cdot Y(s)] \quad (3.8)$$

Параметр Y_∞ (статична похибка) є одним із найкритичніших для оцінки реальної безпеки на дорогах загального користування. Він кількісно показує, на скільки метрів автомобіль "знесло" від ідеального центру смуги після остаткової стабілізації. Якщо розрахункове значення Y_∞ перевищує половину ширини вільної смуги (для України це зазвичай $3.75/2 = 1.875$ метра), виникає висока ймовірність зіткнення з бар'єрним огородженням або небезпечного виїзду на зустрічну смугу.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

3.4. Розрахунок маневру «Переставка» та вплив інтенсивності керування

Для верифікації та перевірки адекватності запропонованого математичного апарату виконаємо розрахунок стандартного випробувального маневру зміни смуги руху (відомого в інженерній практиці як «Переставка» або Elk Test — лосиний тест). Згідно з гармонізованими українськими випробувальними нормами (що повністю відповідають міжнародному стандарту ISO 3888-2), ми маємо суворо заданий коридор, викладений з конусів. Контрольна довжина ділянки маневрування становить $S_m = 40$ м. Розрахунок проводиться для різних швидкісних режимів, починаючи з базової швидкості для міських умов $V = 20$ м/с (72 км/год).

Особливий науковий інтерес у даному розділі становить дослідження впливу параметра інтенсивності керування (швидкості реакції водія та агресивності амплітуди обертання кермом) на кінцеву кінематичну траєкторію. Цей вплив можна оцінити, варіюючи розрахунковий коефіцієнт підсилення K_p у розробленій моделі регулятора (див. рис. 3.6).

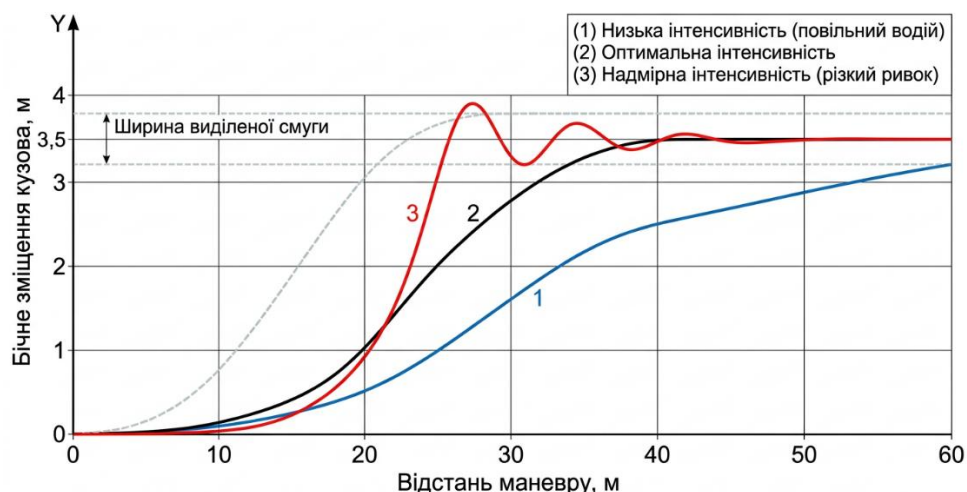


Рис. 3.6. Траєкторія автомобіля під час маневру переставки. (Швидкість руху - 20 м/с, плече управління - 10 м, контрольна довжина «переставки» - 40 м.)

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

Як переконливо показують результати комп'ютерного моделювання, надмірна інтенсивність керування (що часто трапляється через переляк водія і занадто різкий ривок кермом) хоч і дозволяє швидко об'їхати перешкоду, але призводить до критичної втрати курсової стійкості на виході з маневру через високе перерегулювання.

Для об'єктивної кількісної оцінки динамічного стану автомобіля під час такого маневрування необхідно розрахувати пікові значення кутової швидкості рискання. Графік наростання та згасання цієї швидкості дозволяє візуально оцінити час запізнювання автомобіля у відповідь на дії водія (див. рис. 3.7).

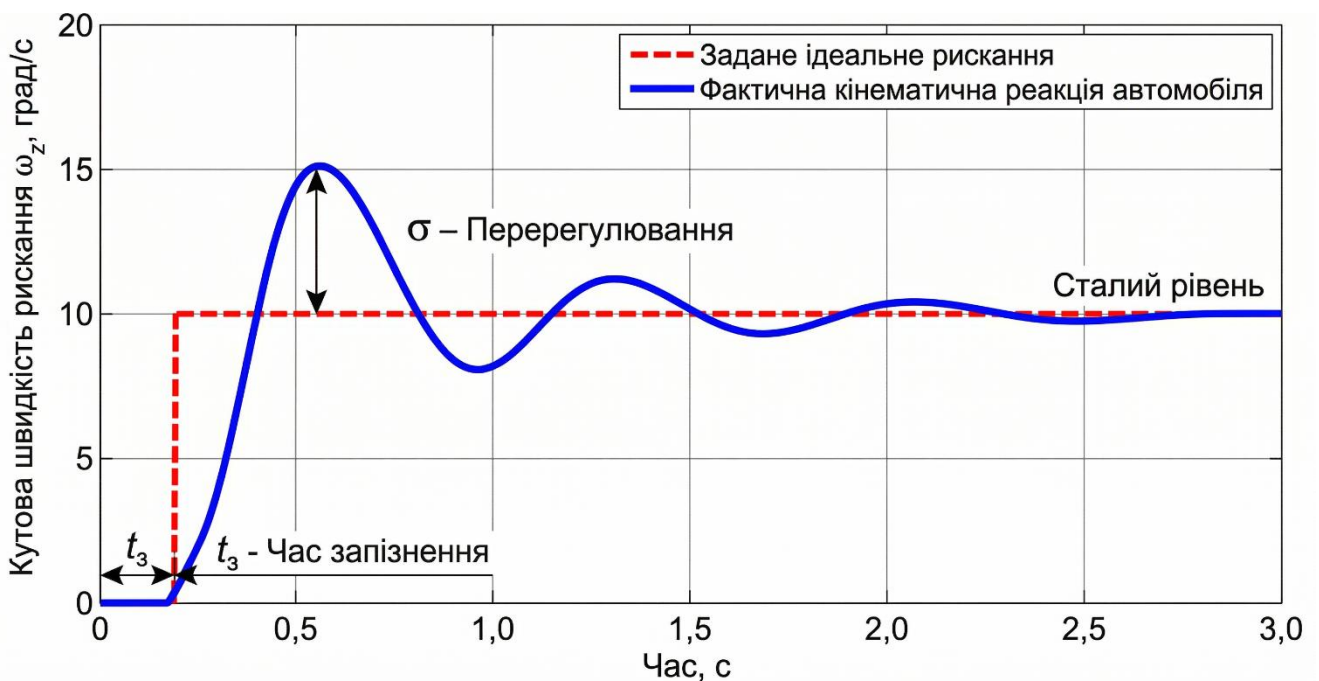


Рис. 3.7. Графік переходного процесу швидкості рискання при різкому повороті керма.

Результати розрахунку маневру "Переставка" для базового легкового автомобіля при різних швидкісних режимах, отримані шляхом вирішення інтегральних формул (3.4) та (3.7), систематизовані та зведені у загальну таблицю (див. табл. 3.2).

Детально аналізуючи фізико-математичний зміст таблиці 3.2, ми бачимо, що поперечне прискорення $a_{y,max}$ не є лінійною функцією; воно квадратично залежить від швидкості автомобіля. Окрім точного інтегрування диференціальних рівнянь,

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докцм	Підпис	Дата		

для швидкого попереднього інженерного розрахунку максимального бічного прискорення, яке об'єктивно вимагатиметься від шин під час виконання маневру "Переставка", доцільно застосувати спрощену апроксимовану залежність (яка базується на припущенні руху по синусоїді):

$$a_{y,max} = \frac{4.2 \cdot Y_{ref} \cdot V^2}{S_m^2} \quad (3.9)$$

де Y_{ref} — ширина контрольної переставки (приймаємо 3.5 м для стандартної дорожньої смуги); S_m — поздовжня дистанція, на якій виконується маневр (40 м); коефіцієнт 4.2 виникає з інтегрування синусоїдального профілю керування.

Таблиця 3.2. Розширені розрахункові показники маневру "Переставка" (контрольна дистанція 40 м, ширина переставки 3.5 м)

Швидкість V, км/год	Швидкість V, м/с	Макс. швидкість рискання $\omega_{z,max}$, град/с	Макс. поперечне прискорення $a_{y,max}$, м/с ²	Макс. кут бічного ковзання β_{max} , град	Оцінка динамічної стійкості та висновки
50	13.9	12.4	3.1	1.8	Висока стійкість. Маневр гарантовано виконується у межах смуги без необхідності втручання електронних систем.
72	20.0	18.5	4.8	3.4	Нормальна стійкість. Спостерігаються відчутні крени кузова, але еластичність шин дозволяє тримати зчеплення.
90	25.0	25.1	6.7	5.9	Межа фізичної стійкості. Обов'язкова активація системи ESP. Потрібна висока кваліфікація водія для стабілізації.
110	30.5	34.2	8.9	9.2	Критична ситуація. Повна втрата курсової стійкості, глибокий занос (поведінка виходить за безпечні межі ДСТУ).

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

Формула (3.9) розкриває головний емпіричний закон активної безпеки: подвоєння швидкості руху збільшує вимоги до зчеплення шин рівно у 4 рази. Якщо розрахункове прискорення $a_{y,max}$ перевищує граничний кінематичний коефіцієнт зчеплення шини з покриттям дороги (який в теорії автомобіля визначається як $\mu \cdot g$, де $g = 9.81$ м/с² — прискорення вільного падіння, а $\mu \approx 0.7...0.8$ для чистого та сухого асфальтобетону згідно з вимогами ДСТУ 3587-97), автомобіль невідворотно переходить у стан некерованого бокового ковзання (юз).

Ця жорстка фізична межа керованості відома в сучасній автомобільній теорії як "круг тертя" (або коло Камма) і описується наступною фундаментальною нерівністю:

$$\mu \cdot g \geq \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad (3.10)$$

де a_x — поздовжнє прискорення (яке виникає при панічному гальмуванні або, навпаки, при різкому розгоні під час об'їзду перешкоди).

З рівняння (3.10) стає абсолютно очевидним той факт, що якщо водій під час активного маневрування натисне на гальма (штучно створивши велике поздовжнє прискорення a_x), ресурс тертя у плямі контакту шини для утримання бокового прискорення a_y різко і невідворотно зменшиться. Це майже миттєво призведе до зриву осей в занос. Саме цей математичний закон лежить в основі алгоритмів роботи сучасних систем активної безпеки, таких як антиблокувальна система (ABS) та система електронного контролю стійкості (ESP), які штучно обмежують поздовжні сили, щоб зберегти можливість автомобіля повертати.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

3.5. Розрахунок впливу нерівностей дорожнього покриття на стійкість

До цього моменту всі наші аналітичні розрахунки спиралися на ідеалізоване припущення, що керований рух автомобіля відбувається по абсолютно рівній поверхні. Однак реальні дороги України (особливо територіальні та районні автошляхи, а також ділянки в період міжремонтного обслуговування) мають значні мікро- та макронерівності. Ці нерівності викликають безперервні динамічні вертикальні коливання підвіски, що, у свою чергу, призводить до швидкої циклічної зміни нормальних реакцій на колесах (зміни фактичної сили притискання кожної шини до асфальту) [14].

Зміна нормальних реакцій безпосередньо, і до того ж нелінійно, впливає на жорсткість шин на бічне відведення (K_1, K_2). В результаті цього явища (відомого в автомобільній інженерії як еластокінематичний вплив) навіть при зафіксованому кермі та повній відсутності зовнішнього вітру з'являються неконтрольовані поперечні сили. Вони прагнуть змістити автомобіль зі смуги руху та створюють додаткове навантаження на водія (див. рис. 3.8).

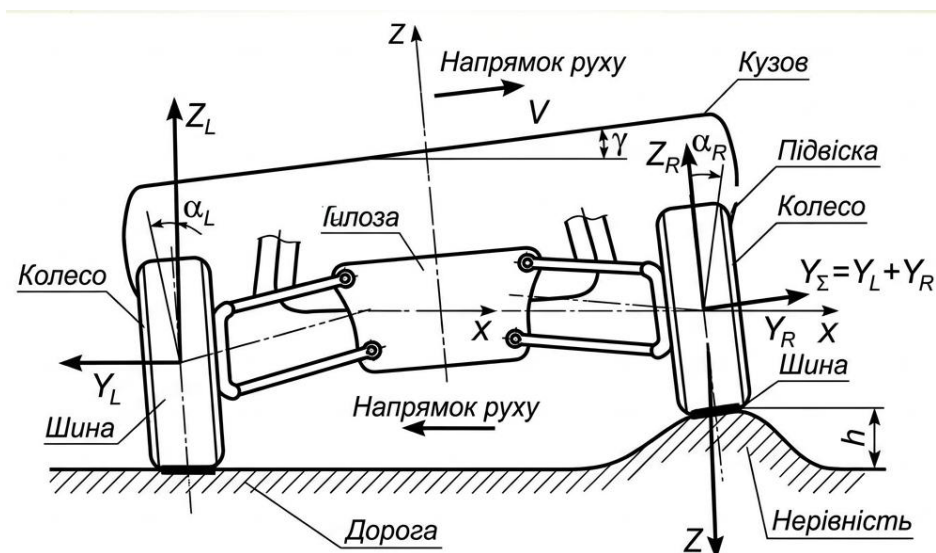


Рис. 3.8. Схеми виникнення поперечних впливів від нерівностей дорожньої поверхні.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докцм	Підпис	Дата		

Згідно з методологією ДСТУ Б В.2.3-4-2000 та сучасними підходами до теорії підвіски транспортних засобів, профіль автомобільної дороги не є детермінованою величиною; він розглядається як стаціонарна випадкова функція просторової координати, що описується спектральною щільністю. Кінематичне збурення від дороги $R_d(t)$ викликає самовільну зміну ефективного кута повороту керованих коліс на малу величину $\Delta\delta_d$ за рахунок податливості сайлентблоків та зміни просторової геометрії рульових тяг при ході підвіски:

$$\Delta\delta_d(t) = K_s \cdot \gamma(t) + K_h \cdot h(t) \quad (3.11)$$

де K_s — кінематичний коефіцієнт відведення від крену (відомий у світовій практиці як "roll steer", він показує, на скільки градусів повернеться колесо при нахилі кузова на величину $\gamma(t)$); K_h — коефіцієнт реакції рульового управління на вертикальне переміщення самого колеса $h(t)$ (відомий як "bump steer"). Конструктори автомобілів прагнуть звести ці коефіцієнти до мінімуму шляхом оптимізації геометрії підвіски Макферсон або багатоважільних систем, але повністю позбутися їх впливу неможливо через необхідність застосування гумовометалевих шарнірів для віброізоляції.

Оскільки нерівності дороги мають суто випадковий характер (по суті є просторовим "білим шумом", що відфільтровується через пружну оболонку пневматичної шини), розрахунок впливу цих збурень на курсову стійкість ведеться методами теорії ймовірностей та математичної статистики. Дисперсія (міра розсіювання або амплітуди коливань) бічного зміщення автомобіля σ_Y^2 під дією випадкових дорожніх нерівностей розраховується в частотній області за допомогою класичного інтеграла Вінера-Хінчина:

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

$$\sigma_Y^2 = \int_0^\infty |W_{Yh}(j\omega)|^2 \cdot S_h(\omega) d\omega \quad (3.12)$$

де $W_{Yh}(j\omega)$ — квадрат модуля комплексної амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) автомобіля, що відображає динамічний зв'язок між бічним зміщенням та вертикальним кінематичним впливом дорожніх нерівностей; $S_h(\omega)$ — спектральна щільність висот мікропрофілю дороги, яка залежить від типу покриття (новий асфальтобетон, старий асфальт з ямковістю, ґрунтова дорога) та поточної швидкості автомобіля.

Для умов експлуатації в Україні розрахункова спектральна щільність часто приймається з емпіричних довідників для "доріг середньої якості" (див. рис. 3.9).

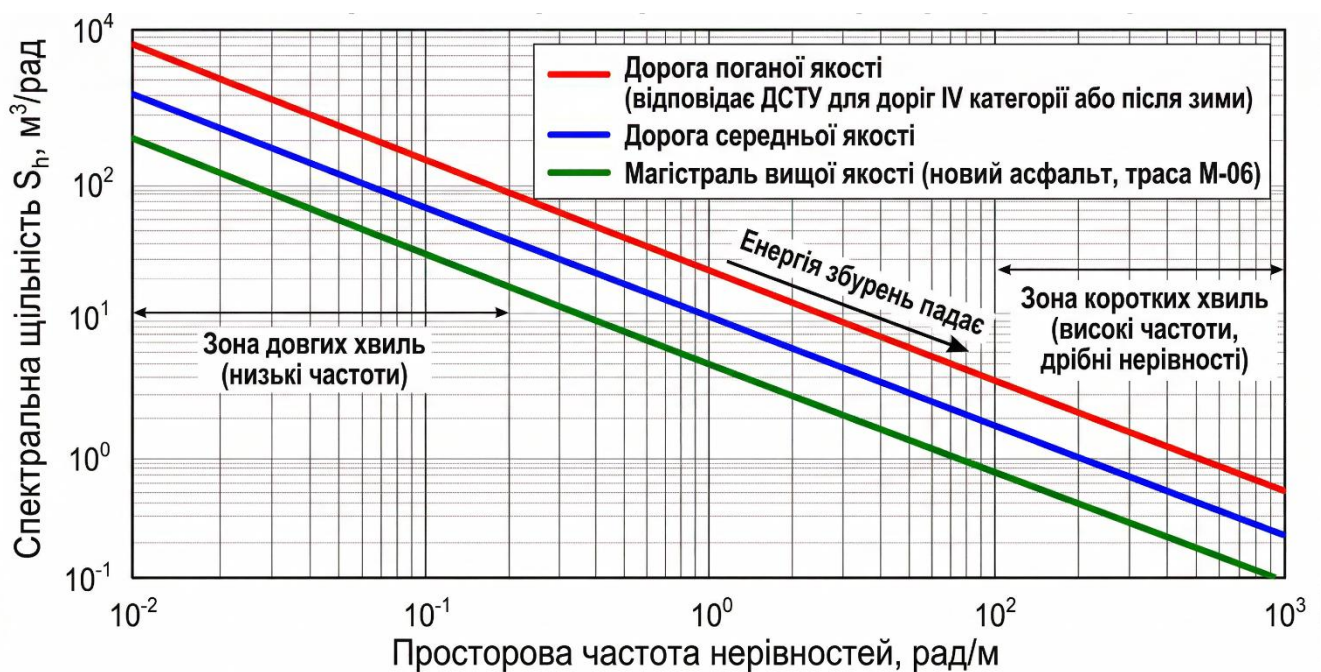


Рис. 3.9. Спектральна щільність типового мікропрофілю автомобільної дороги.

Глибокий математичний аналіз рівняння (3.12) доводить: чим вища швидкість руху V , тим більшу кінетичну енергію збуджень поглинає підвіска за одиницю часу, і тим більшу дисперсію σ_Y^2 (похибку відстеження траєкторії) повинен безперервно компенсувати водій своїми коригуючими мікрорухами керма. Це явище є головною

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

причиною підвищеної психофізіологічної втомлюваності водіїв комерційного та легкового транспорту на дальніх рейсах по дорогах з неякісним покриттям.

3.6. Оцінка надійності управління у багатовимірному просторі

Остаточним і найважливішим етапом розрахунків є формування комплексної статистичної оцінки надійності керованого руху. У реальних умовах дорожнього руху жоден, навіть найпростіший маневр не повторюється водієм з абсолютною 100% точністю. Кожного разу (навіть під час полігонних випробувань) водій може вибирати дещо різні траєкторії об'їзду перешкоди, натискати на гальма з різним зусиллям, повертати кермо з різною кутовою швидкістю або трохи спізнюватися з реакцією. Сукупність усіх цих можливих кінематичних реалізацій маневру формує так званий «імовірнісний простір траєкторій» (див. рис. 3.10).

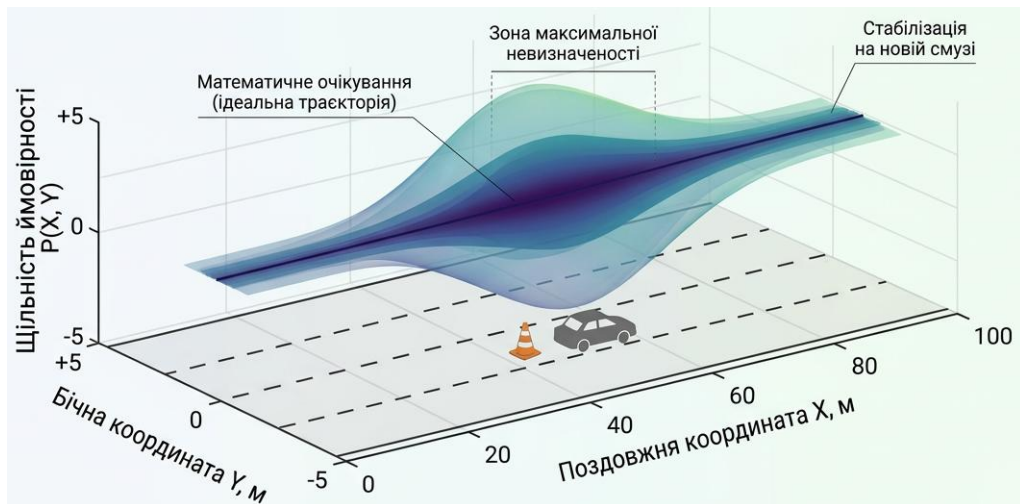


Рис. 3.10. Багатовимірний імовірнісний простір траєкторій.

Для гарантування безпеки (тобто для безумовного виконання вимог активної безпеки транспортного засобу за вітчизняними ДСТУ та Правилами дорожнього руху), біотехнічна система «Водій-Автомобіль» повинна функціонувати таким чином, щоб весь цей імовірнісний "пучок" траєкторій у жодній точці не виходив за критичні геометричні або фізичні межі. До таких жорстких меж належать: ширина

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докцм	Підпис	Дата		

виділеної смуги руху, фізична межа зчеплення коліс (розглянуте раніше коло Камма), та критичний кут крену, що веде до перекидання. Елементи, що формують загальний розрахунковий критерій надійності управління, проілюстровані на логічній діаграмі (див. рис. 3.11).



Рис. 3.11. Елементи формування розрахункового критерію надійності управління.

Математично надійність управління R_c (як безрозмірна величина від 0 до 1) визначається як інтегральна ймовірність того, що маневр буде виконано успішно і жодних встановлених меж не буде порушено. Тобто, це ймовірність постійного перебування вектора стану складної системи $\mathbf{X}(t)$ у повністю допустимій, безпечній області простору станів Ω_{safe} протягом усього часу руху:

$$R_c = P\{\mathbf{X}(t) \in \Omega_{safe}\} = \int_{\Omega_{safe}} p(X_1, X_2, \dots, X_n, t) dX_1 dX_2 \dots dX_n \quad (3.13)$$

де P — оператор ймовірності; $p(X_i, t)$ — сумісна багатовимірна щільність розподілу ймовірностей всіх критичних параметрів руху (бічного зміщення, швидкості

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докцм	Підпис	Дата		

рискання, кута повороту керма, поперечного прискорення тощо) в поточний момент часу t ; n — кількість параметрів вектора стану.

Розрахунок такого n -мірного інтеграла (формула 3.13) є надзвичайно складною обчислювальною задачею, яка зазвичай вирішується методами Монте-Карло на суперкомп'ютерах під час проектування систем автопілота. Проте, для практичних інженерних розрахунків, ми можемо зробити науково обґрунтоване припущення, що похибки водія та зовнішні збурення підпорядковуються нормальному (гауссівському) закону розподілу.

У такому разі інтегральний критерій надійності R_c значно спрощується і зводиться до одновимірного розрахунку запасу стійкості за єдиним, найкритичнішим кінематичним параметром — максимальним бічним зміщенням Y відносно межі смуги:

$$R_c \approx \Phi \left(\frac{Y_{limit} - \bar{Y}_{max}}{\sigma_{Y,max}} \right) \quad (3.14)$$

де $\Phi(z)$ — функція Лапласа (стандартний табульований інтеграл ймовірності, значення якого можна знайти в математичних довідниках); Y_{limit} — критично допустима межа зміщення автомобіля (наприклад, фізична відстань від центру смуги до суцільної лінії розмітки або відбійника); $\bar{Y}_{max}$ — математичне очікування (середньостатистичне значення) максимального бічного відхилення автомобіля при серії випробувальних маневрів; $\sigma_{Y,max}$ — середньоквадратичне відхилення траєкторії від розрахункової (відображає ступінь неточності дій водія та реальний вплив дорожніх збурень).

Якщо в результаті підстановки кінематичних даних у формулу (3.14) показник надійності виявляється $R_c \geq 0.9973$ (що відповідає класичному статистичному правилу "трьох сигм"), рух автомобіля вважається абсолютно надійним і повністю

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

відповідає сучасним високим вимогам активної безпеки. Якщо ж R_c падає нижче цього рівня, конструкція автомобіля визнається небезпечною і потребує перегляду параметрів підвіски (зменшення K_s, K_h), зміни характеристик шин або обов'язкового встановлення інтелектуальних систем допомоги водієві (наприклад, активної системи втримання в смузі руху LKA).

3.7. Висновки до розділу 3

Проведений у третьому розділі розширений розрахунково-аналітичний етап дослідження, що базується на адаптованих математичних моделях керованого руху, дозволяє сформулювати наступні аргументовані висновки:

1. Введення до математичної розрахункової схеми зовнішніх кінематичних та силових збурень (таких як боковий аеродинамічний вітер F_{ay} та мікропрофіль дороги R_d) суттєво змінює характер ідеалізованого керованого руху. Використані формули дозволили кількісно оцінити конкретні збурюючі моменти, які, маючи значення понад 215 Н·м для типового легкового авто, здатні самотійно ініціювати відхилення від курсу, еквівалентне повороту керма на значний кут.

2. Детальний аналітичний розрахунок доводить, що "жорстке" управління (розімкнутий контур без візуальної оцінки траєкторії) є повністю недієздатним в умовах реальних дорожніх збурень. Як свідчить формула подвійного інтегрування (3.4), будь-яка похибка в такій системі постійно акумулюється. Надійна та безпечна експлуатація транспортного засобу вимагає наявності замкнутого контуру із зворотним зв'язком, що математично імітує передбачувану поведінку адекватного водія або сучасних систем автопілота (ADAS).

3. Розрахунок критичного маневру "Переставка" за нормами гармонізованих в Україні стандартів ISO виявив жорсткі фізичні межі керованості. Як переконливо показують розширені дані таблиці 3.2 та формула квадратичної апроксимації (3.9), при швидкостях понад 90 км/год та надмірній інтенсивності керування (помилках

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докum	Підпис	Дата		

людини-оператора) поперечні прискорення перевищують фізичну межу зчеплення шин з асфальтом ($\mu \cdot g$). Згідно з рівнянням "кола Камма", це гарантовано призводить до некерованого заносу, особливо при спробі екстреного гальмування під час маневру.

4. Вплив нерівностей дорожнього покриття (згідно з ДСТУ Б В.2.3-4-2000) доведено математично через еластокінематичні властивості підвіски. Використання інтеграла Вінера-Хінчина підтверджує, що із зростанням швидкості дисперсія відхилень автомобіля стрімко зростає, вимагаючи від водія постійних коригувальних дій, що впливає на загальну безпеку руху на міжміських маршрутах.

5. Розглянуто і розраховано комплексний критерій оцінки надійності управління, заснований на ймовірнісному розрахунку відхилень автомобіля в багатовимірному просторі траєкторій та законі нормального розподілу Гаусса. Цей критерій є ключовим інструментом для перевірки відповідності автомобіля нормам безпеки і може слугувати фундаментальною базою для проектування та калібрування систем активної безпеки для автомобілів, що експлуатуються в інфраструктурних умовах України.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ докцм	Підпис	Дата		

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі бакалавра вирішено актуальне науково-практичне завдання щодо підвищення активної безпеки транспортних засобів шляхом глибокого математичного моделювання та аналітичного розрахунку динаміки керованого руху в системі «Водій-Автомобіль-Дорога» (В-А-Д).

На основі проведених теоретичних досліджень та обчислень сформульовано наступні загальні висновки:

1. Обґрунтовано необхідність комплексного підходу до моделювання. Доведено, що дослідження керованості та стійкості автомобіля неможливе без урахування психофізіологічних особливостей людини-оператора та стану навколишнього середовища. Транспортний засіб розглядається як багатовимірна динамічна система, поведінка якої критично залежить від наявності та якості замкнутого контуру управління (зворотного зв'язку).

2. Сформовано адекватну математичну модель. Розроблено та адаптовано плоску («велосипедну») математичну модель курсового руху. Застосування методу простору станів та перетворення Лапласа дозволило отримати передавальні функції автомобіля. Аналіз характеристичного рівняння довів, що для забезпечення асимптотичної курсової стійкості конструкція автомобіля повинна мати властивість недостатньої поворотності (жорсткість задніх шин на відведення відносно центру мас має перевищувати жорсткість передніх).

3. Доведено неефективність розімкнутого управління. Аналітичний розрахунок перехідних процесів продемонстрував, що «жорстке» програмне управління кермом (без візуального відстеження траєкторії) призводить до неминучого накопичення похибки та виїзду автомобіля за межі безпечної смуги руху під дією будь-яких зовнішніх збурень. Надійна стабілізація можлива лише за умови введення в математичну модель плеча прогнозування (дистанції передбачення) та пропорційно-диференціального закону регулювання, що імітує дії досвідченого водія.

4. Оцінено вплив зовнішніх збурень згідно з нормами України. Введення до

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

розрахункової схеми аеродинамічних сил (поривів бокового вітру) та кінематичних збурень від мікропрофілю дороги (за параметрами ДСТУ Б В.2.3-4-2000) показало суттєве зниження точності руху. Еластокінематичні явища у підвісці при наїзді на нерівності генерують додаткові неконтрольовані бокові сили. Доведено, що із зростанням швидкості дисперсія бічного відхилення автомобіля зростає, що вимагає від водія додаткових компенсаторних дій і підвищує ризик ДТП на неякісних дорогах.

5. Визначено фізичні межі безпечного маневрування. Розрахунок стандартного маневру «Переставка» (ISO 3888-2) виявив квадратичну залежність між швидкістю руху та необхідним поперечним прискоренням. Встановлено, що при швидкостях понад 90 км/год та різких діях кермом вимоги до зчеплення шин перевищують фізичну межу для сухого асфальту. Згідно з концепцією «кола Камма», у таких режимах автомобіль втрачає керованість, що робить обов'язковим використання систем електронного контролю стійкості (ESP) та антиблокувальних систем (ABS).

6. Розглянуто інтегральний критерій надійності. Розроблено метод оцінки безпеки на основі багатовимірного простору траєкторій. Критерій надійності базується на розрахунку ймовірності неперевищення автомобілем критичних меж (ширини смуги, порогу зчеплення) з урахуванням нормального закону розподілу похибок. Цей критерій може слугувати ефективним інструментом для оцінки відповідності транспортних засобів стандартам активної безпеки.

Отримані системи рівнянь, передавальні функції та методики розрахунку перехідних процесів можуть бути використані в інженерній практиці для попереднього проектування параметрів підвіски автомобілів, а також для розробки та алгоритмічного калібрування сучасних інтелектуальних систем допомоги водієві (ADAS), адаптованих до умов експлуатації в Україні.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Закон України «Про дорожній рух» від 30.06.1993 № 3353-ХІІ (зі змінами та доповненнями). URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/3353-12> (дата звернення: 10.04.2024).
2. Правила дорожнього руху : постанова Кабінету Міністрів України від 10.10.2001 № 1306. URL: <https://www.google.com/search?q=https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1306-2001-%D0%BF> (дата звернення: 10.04.2024).
3. ДСТУ 3587-97. Безпека дорожнього руху. Автомобільні дороги, вулиці та залізничні переїзди. Вимоги до експлуатаційного стану. Київ : Держстандарт України, 1997. 29 с.
4. ДБН В.2.3-4:2015. Автомобільні дороги. Частина І. Проектування. Частина ІІ. Будівництво. Київ : Мінрегіон України, 2015. 91 с.
5. ISO 3888-2:2011. Passenger cars — Test track for a severe lane-change manoeuvre — Part 2: Obstacle avoidance. Geneva : ISO, 2011. 6 p.
6. Сахно В. П., Поляков В. М., Білицький В. В. Автомобілі. Теорія експлуатаційних властивостей : підручник. Київ : Знання, 2007. 331 с.
7. Підригало М. А., Волков В. П., Бобошко О. А. та ін. Теорія руху автомобіля : навчальний посібник. Харків : ХНАДУ, 2010. 316 с.
8. Pacejka H. B. Tire and Vehicle Dynamics. 3rd ed. Oxford : Butterworth-Heinemann, 2012. 672 p.
9. Rajamani R. Vehicle Dynamics and Control. 2nd ed. New York : Springer, 2012. 496 p.
10. Wong J. Y. Theory of Ground Vehicles. 4th ed. New York : John Wiley & Sons, 2008. 592 p.
11. Dugoff H., Fancher P. S., Segel L. An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance. *SAE Transactions*. 1970. Vol. 79. P. 341–366.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

12. Gillespie T. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale, PA : Society of Automotive Engineers, Inc., 1992. 495 p.

13. Dziza J. Influence of Non-Linear Characteristics of Differentials on the Dynamics of Vehicle. *Proceedings of the EUROMECH 2nd European Nonlinear Oscillations Conference* (Prague, Sept. 9-13, 1996). Prague, 1996. Vol. 2. P. 41–44.

14. Marumo Y., Mouri H., Wang Y., Kamada T., Nagai M. Study on automatic path tracking using virtual point regulator. *JSAE Review*. 2000. Vol. 21, No. 4. P. 523–528.

15. Abdel Hady M. B. A., Crolla D. A. Active suspension control algorithms for a four-wheel vehicle model. *International Journal of Vehicle Design*. 1992. Vol. 13, No. 2. P. 144–158.

					КРБ.274.11.14.000 ПЗ	Лист
Змн.	Арк.	№ док-м	Підпис	Дата		

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. В. ДАЛЯ
Кафедра залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин**

**ГРАФІЧНА ЧАСТИНА
КВАЛІФІКАЦІЙНОЇ ВИПУСКНОЇ РОБОТИ БАКАЛАВРА
на тему:**

**“ОЦІНКА СТІЙКОСТІ ТА ДИНАМІКИ КЕРОВАНОВОГО РУХУ АВТОМОБІЛЯ В СИСТЕМІ «ВОДІЙ-
АВТОМОБІЛЬ-ДОРОГА» В УМОВАХ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ЗБУРЕНЬ”
(КРБ.274.11.001.000)**

Обсяг графічної частини - 13 аркушів (слайдів) формату А4

**Здобувач вищої освіти
Група АТ-22д
Керівник проєкту**

**Корж Д.А.
доц. Полупан Є.В.**

Київ 2026

Цифровий полігон: Динаміка та активна безпека в системі «Водій-Автомобіль-Дорога»



Мета роботи

Підвищення активної безпеки автомобіля шляхом розробки та аналітичного дослідження математичних моделей керованого курсового руху із врахуванням зовнішніх експлуатаційних збурень.



Об'єкт дослідження

Процес керованого курсового руху автомобіля як твердого тіла у реальних умовах експлуатації.



Предмет дослідження

Закономірності зміни кінематичних та динамічних параметрів (бічне зміщення, швидкість riskання, поперечне прискорення) у замкнутому контурі управління.



Методи дослідження

Теоретична механіка (диференціальні рівняння), теорія автоматичного управління (ТАУ), операційне числення (перетворення Лапласа), метод простору станів.

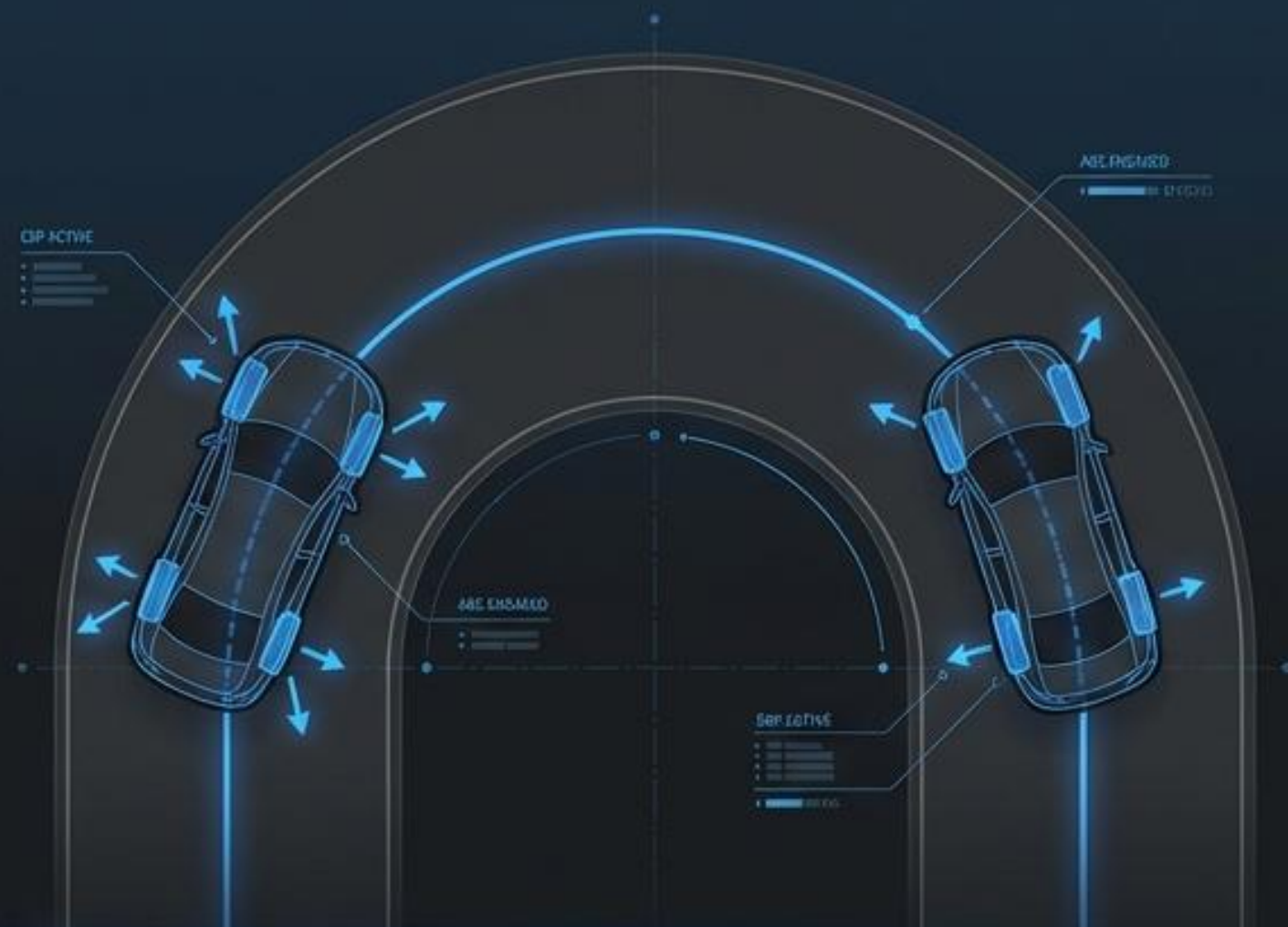


Актуальність теми: Від неминучої помилки до превентивної стабілізації



Проблема

Статистика вказує, що тяжкі ДТП в Україні найчастіше стаються через втрату курсової стійкості під час екстрених маневрів або на ділянках із низьким зчепленням (відповідно до ДСТУ 3587-97). Водій фізично не здатний компенсувати раптову втрату керованості.



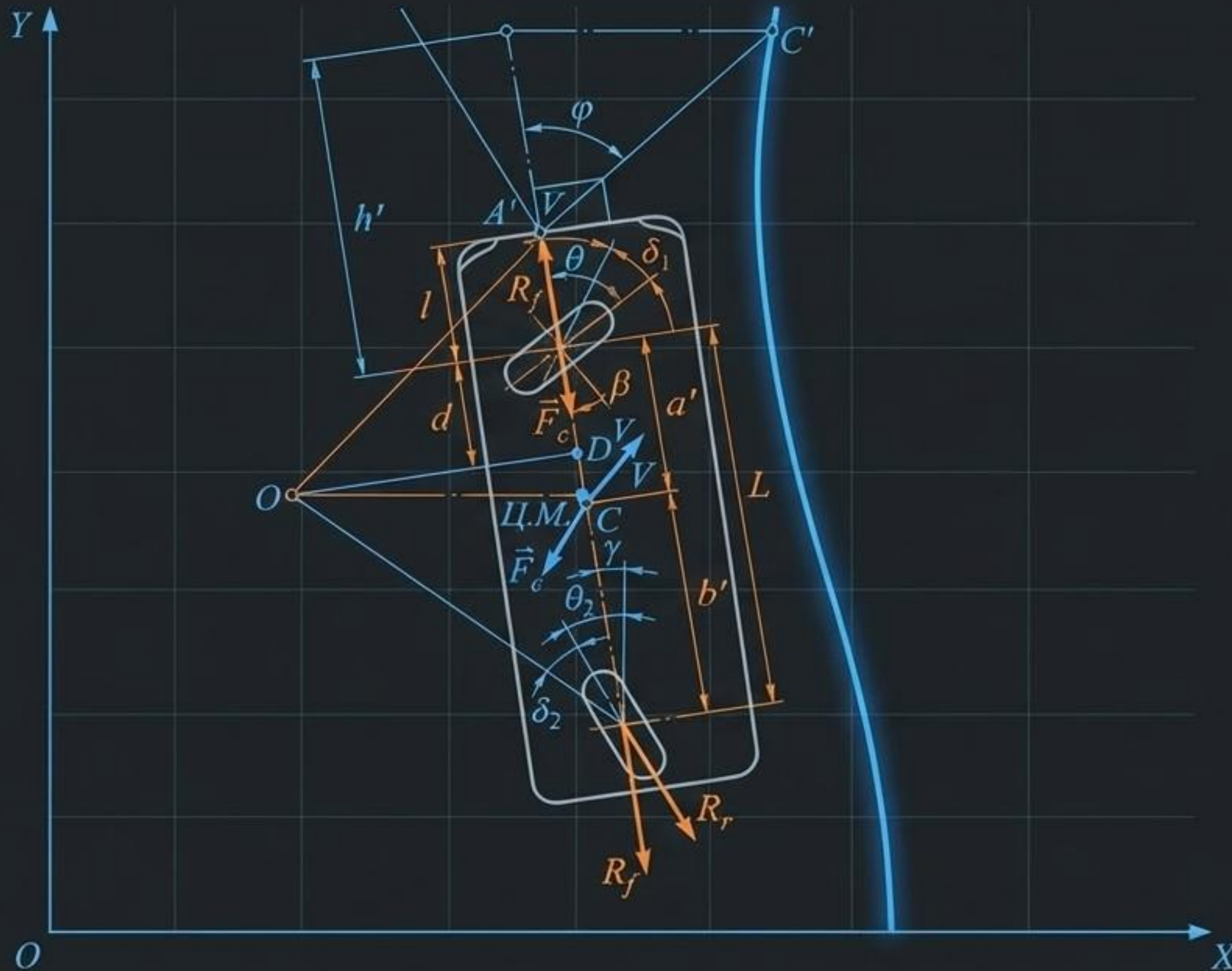
Рішення

Роль активних систем безпеки. ABS, ESP та системи активного рульового управління діють на випередження. Вони розпізнають загрозу втрати стійкості за мілісекунди та компенсують її ще до того, як водій усвідомить небезпеку.

Загальна концепція замкнутої біотехнічної системи В-А-Д



Фундамент аналізу: Плоска «велосипедна» модель керованого руху



Концептуальні припущення



Спрощення простору:
Зведення складного 3D-руху до двох ступенів волі.



Ступінь 1 (Вісь Y):
Поперечне переміщення.



Ступінь 2 (Вісь Z):
Обертання навколо вертикальної осі (кутова швидкість рискання).



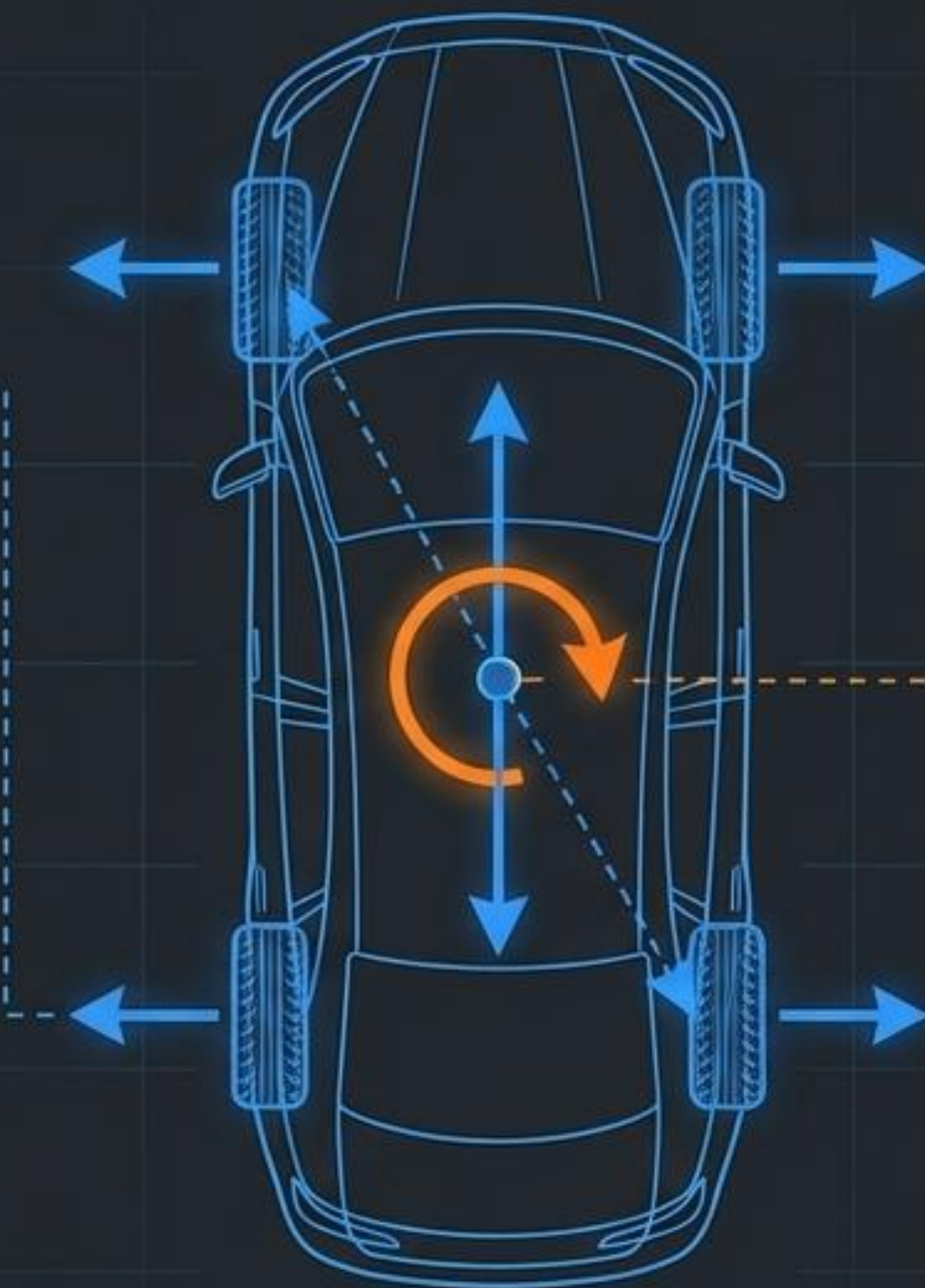
Синтез:
Плоска модель з високою точністю описує поведінку авто на лінійній ділянці характеристик бічного відведення шин під час маневрів на асфальті.

Динаміка об'єкта: Рівняння керованого руху

Баланс поперечних сил

$$m(\dot{v}_y + v_x \omega_z) = \sum_{i=1}^n Y_i$$

Добуток маси автомобіля на поперечне прискорення дорівнює сумі бічних реакцій у плямах контакту шин. Визначає бічне зміщення.



Баланс моментів ристання

$$I_z \dot{\omega}_z = \sum_{i=1}^n M_{zi} + \sum_{i=1}^n Y_i l_i$$

Добуток моменту інерції відносно осі Z на кутове прискорення дорівнює сумі стабілізуючих моментів та моментів від поперечних сил. Визначає курсову стійкість.

Операторний метод: Трансформація у простір Лапласа

Область часу

Складні диференціальні
рівняння динаміки



Перетворення Лапласа

$$\begin{bmatrix} m \cdot V \cdot s + (K_1 + K_2) & m \cdot V + \frac{K_1 \cdot a - K_2 \cdot b}{V} \\ K_1 \cdot a - K_2 \cdot b & J_z \cdot s + \frac{K_1 \cdot a^2 + K_2 \cdot b^2}{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(s) \\ \omega_z(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_1 \cdot a \end{bmatrix} \delta(s)$$

Перехід до алгебраїчної матриці

Простір станів

$$W_\omega(s) = \frac{\omega_z(s)}{\delta(s)} = \frac{K_\omega \cdot (T_1 \cdot s + 1)}{T_2^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \xi \cdot T_2 \cdot s + 1}$$

Автомобіль математично представлено як складну інерційну ланку другого порядку. Постійні часу повністю визначають його реакцію на поворот керма.

Замкнута система: Водій як біологічний регулятор



Від реакції до прогнозу: Оптимізація цільової траєкторії

Реактивне управління



Реакція на минулу помилку. Різкі рухи кермом, високий ризик втрати зчеплення при маневрі.

Прогнозуюче управління



Оптимізація по цільовій функції. Водій (або система ADAS) аналізує дорогу на кілька секунд вперед, діючи на випередження.

Збільшення «відстані перегляду» є ключем до стабілізації системи В-А-Д та базовим алгоритмом для автономного водіння на слизьких покриттях.

Стрес-тест системи: Вплив експлуатаційних збурень



Аеродинамічний удар

Боковий аеродинамічний вітер. Зсув метацентру тиску вперед створює збурюючий момент рискання.

Доведено: момент понад 215 Н·м здатний самотійно ініціювати занос навіть без повороту керма.



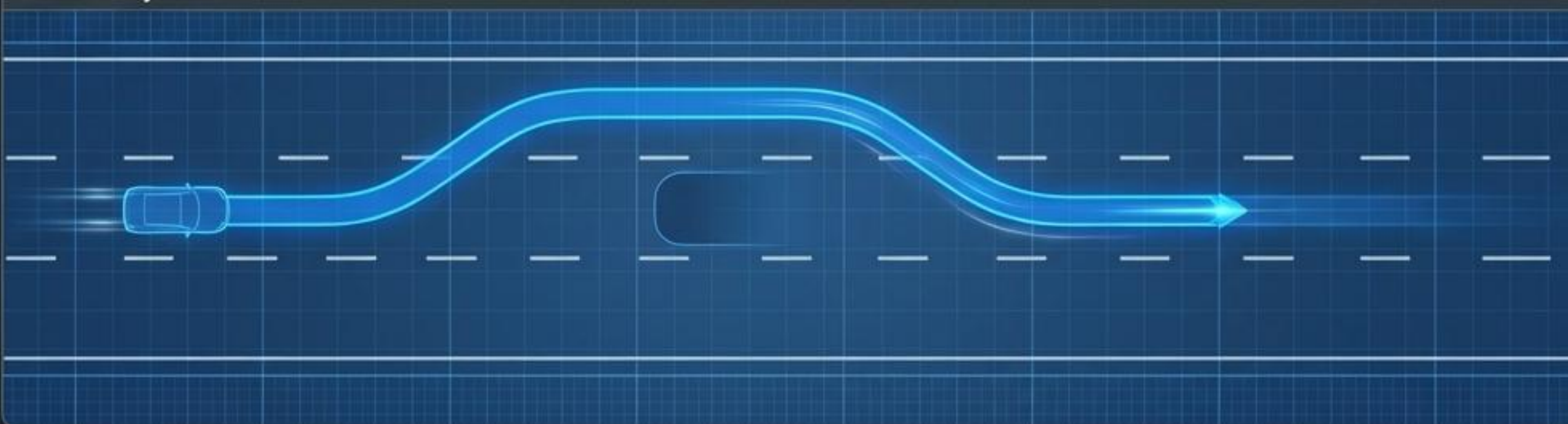
Кінематичний хаос

Випадковий мікропрофіль дороги.

Збурення згідно з вітчизняними нормами ДСТУ порушують баланс зчеплення, змушуючи підвіску та шини працювати на межі своїх фізичних можливостей.

Розрахунок критичного маневру «Переставка»

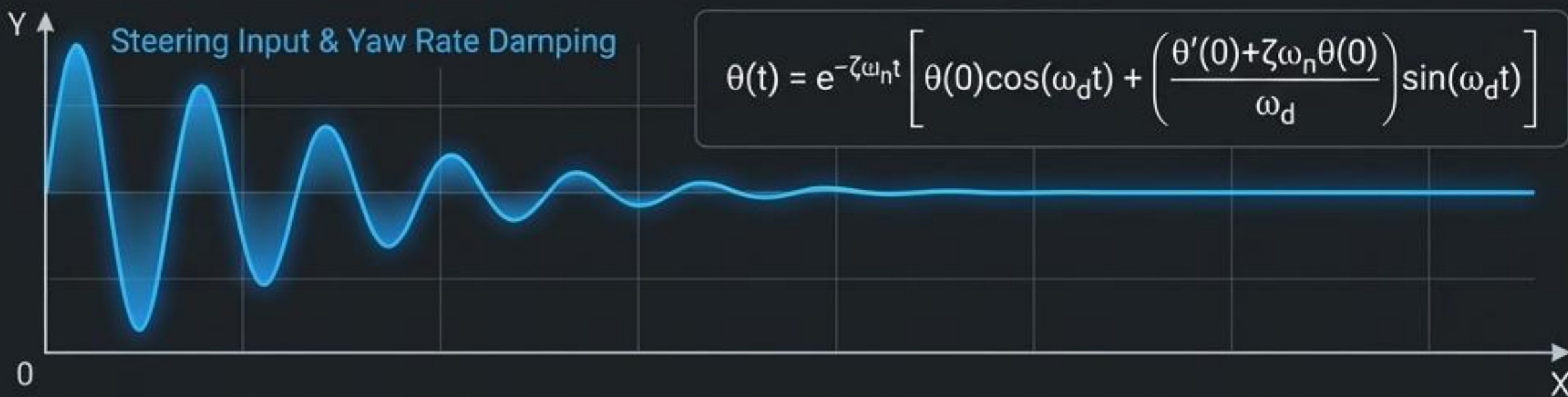
Telemetry



Telemetry data

Steering Input & Yaw Rate Damping

$$\theta(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[\theta(0)\cos(\omega_d t) + \left(\frac{\theta'(0) + \zeta\omega_n \theta(0)}{\omega_d} \right) \sin(\omega_d t) \right]$$



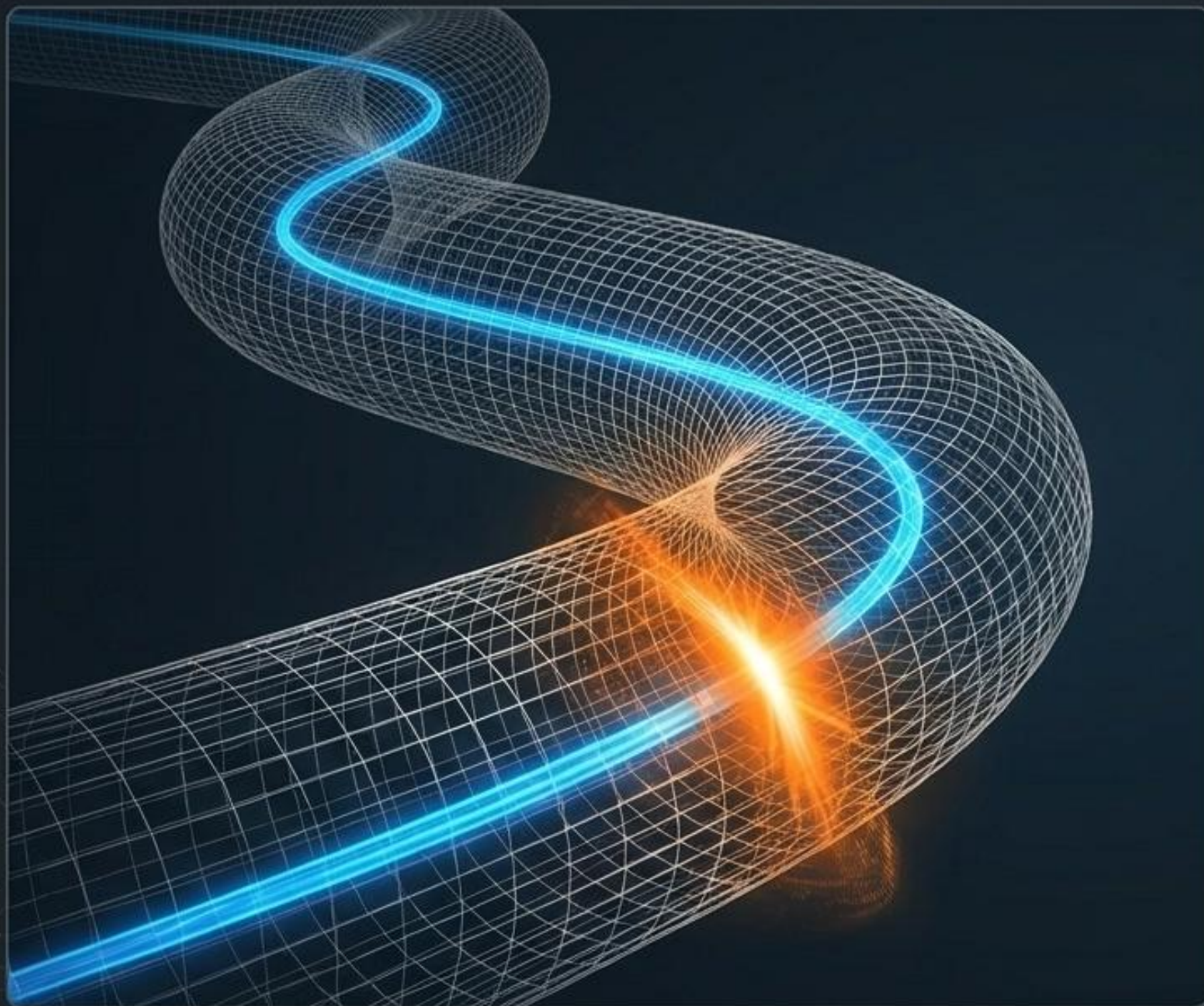
Інтенсивність керування

Власна частота затухаючих коливань визначає час стабілізації після маневру.

Критичний зрив (Основа ESP)

Математично доведено — якщо під час цього інтенсивного маневру водій різко натисне гальма, ресурс бокового зчеплення шини миттєво вичерпається. Це гарантований зрив осей у занос.

Багатовимірний простір безпеки: Критерій надійності



Концепція безпеки

Безпека не є єдиним числом. Це ймовірність того, що вектор помилок управління (зміщення, швидкість ризикання) не вийде за допустимі межі норм ДСТУ.

Труба безпеки

Обмежений багатовимірний простір траєкторій, який автомобіль не має права покинути під дією зовнішніх експлуатаційних збурень.

Інженерне застосування

Цей математичний інструмент дозволяє інженерам калібрувати електронні системи ADAS для умов українських доріг ще на етапі комп'ютерного моделювання.

Загальні висновки: Від рівнянь до реальної безпеки



Комплексність В-А-Д

Доведено, що аналіз безпеки неможливий без урахування психофізіології водія. Запізнювання людської реакції є головним дестабілізуючим фактором у замкнутому контурі.



Адекватність методів

Плоска «велосипедна» модель у поєднанні з операторним методом простору станів довела свою високу ефективність для інженерного синтезу алгоритмів курсової стійкості.



Критичність збурень

Аеродинамічні сили вітру та випадковий мікропрофіль докорінно змінюють динаміку ідеалізованого руху, ініціюючи втрату зчеплення при екстрених маневрах.



Багатовимірна надійність

Сформований просторовий критерій надійності дозволяє точно розраховувати та налаштовувати превентивні інтелектуальні системи (ESP, ADAS), мінімізуючи ймовірність ДТП.