

СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ
(м. Сєвєродонецьк)

Факультет Інформаційних технологій та електроніки
(повне найменування факультету)

Кафедра Програмування та математики
(повна назва кафедри)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА
до дипломної роботи

освітньо-кваліфікаційного рівня магістр
(бакалавр, спеціаліст, магістр)

напряму підготовки 113
(шифр і назва напряму підготовки)

спеціальності 113 – Прикладна математика
(шифр і назва спеціальності)

на тему Порівняльний аналіз сучасних методів прогнозування

Виконав: студент групи ПМ-16дм

Степанюк В.В.
(прізвище, та ініціали) (підпис)

Керівник Кучма Ю.В.
(прізвище та ініціали) (підпис)

Завідувач кафедри Лифар В. О.
(прізвище та ініціали) (підпис)

Рецензент Фесенко Т.М.
(прізвище та ініціали) (підпис)

Сєвєродонецьк - 2018

(м. Сєвєродонецьк)

Факультет Інформаційних технологій та електроніки

Кафедра Програмування та математики

Освітньо-кваліфікаційний рівень магістр

(бакалавр, спеціаліст, магістр)

Спеціальність 113 – Прикладна математика

(шифр і назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

В.О.Лифар
“ ___ ” _____ 2018 року

З А В Д А Н Н Я

НА ДИПЛОМНИЙ ПРОЕКТ (РОБОТУ) СТУДЕНТУ

Степанюка Василя Васильовича

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема проекту (роботи) Порівняльний аналіз сучасних методів прогнозування

керівник проекту (роботи) Кучма Ю.В. доц.

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом вищого навчального закладу від “ ___ ” _____ 201__ року _____

2. Строк подання студентом проекту (роботи) 22.01.2018

3. Вихідні дані до проекту (роботи) Матеріали науково-дослідної практики

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

1) Актуальність теми і постановка завдань дослідження. Аналіз вітчизняних ,

зарубіжних розробок та досліджень;

- 2) Огляд та вибір методів прогнозування;
- 3) Програмна реалізація СППР для прогнозування та побудови моделі;
- 4) Аналіз ефективності методів прогнозування;
5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)
6. Дата видачі завдання 8.11.2017

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломного проекту (роботи)	Строк виконання етапів проекту (роботи)	Примітка
1	Актуальність теми і постановка завдань дослідження.	08.11.2017-14.11.2017	
2	Аналіз розробок та досліджень	22.11.2017-28.11.2017	
3	Огляд та вибір сучасних методів прогнозування	06.12.2017-12.12.2017	
4	Програмна реалізація методів	20.12.2017-26.12.2017	
5	Порівняльний аналіз сучасних методів прогнозування	27.12.2017-03.01.2018	
6	Оформлення пояснювальної записки	04.01.2018-10.01.2018	

Студент _____ Степанюк В.В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Керівник проекту (роботи) _____ Кучма Ю.В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК ПРИЙНЯТИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ	7
ВСТУП	8
РОЗДІЛ 1	11
ОСНОВИ БІРЖОВОЇ ТОРГІВЛІ	11
<i>Вступ</i>	<i>11</i>
1.1 <i>Фондові біржі та їхні завдання</i>	<i>12</i>
1.2 <i>Суть технічного аналізу</i>	<i>17</i>
1.3 <i>Засоби технічного аналізу</i>	<i>24</i>
1.4 <i>Висновки до розділу 1</i>	<i>31</i>
РОЗДІЛ 2	33
СУЧАСНІ МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ	33
<i>Вступ</i>	<i>33</i>
2.1 <i>Метод найменших квадратів</i>	<i>33</i>
2.2 <i>Авторегресійні методи</i>	<i>38</i>
2.2.1 <i>Прогнозування без розв'язку рівнянь</i>	<i>38</i>
2.2.2 <i>Ковзне середнє</i>	<i>40</i>
2.2.3 <i>Авторегресія з ковзним середнім (ARMA)</i>	<i>40</i>
2.2.4 <i>Модель ARMAX.....</i>	<i>42</i>
2.2.5 <i>Авторегресія з інтегрованим ковзним середнім (ARIMA)</i>	<i>43</i>
2.3 <i>Метод групового врахування аргументів (МГВА)</i>	<i>44</i>
2.3.1 <i>Постановка задачі</i>	<i>44</i>
2.3.2 <i>Поліноміальна опорна функція</i>	<i>45</i>
2.3.3 <i>Алгоритм МГВА</i>	<i>48</i>
2.4 <i>Метод пошуку подібних траєкторій</i>	<i>48</i>
2.4.1 <i>Локальне моделювання</i>	<i>49</i>
2.4.2 <i>Теоретичні основи методу</i>	<i>50</i>
2.4.3 <i>Алгоритм прогнозу на основі пошуку найближчої сусідньої точки</i>	<i>53</i>

	5
2.5	60
2.5.1	64
2.5.2	66
2.5.3	66
2.6	68
2.6.1	68
2.6.2	69
2.6.3	70
2.7	72
РОЗДІЛ 3	74
СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ КУРСУ АКЦІЙ	74
<i>Вступ</i>	74
3.1	75
3.2	76
3.2.1	78
3.2.2	79
3.3	81
3.4.1	82
3.5	84
3.5.1	84
3.5.2	86
3.6	89
РОЗДІЛ 4	90
ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРОГНОЗУВАННЯ	90
4.1	91
4.1.1	96
4.1.2	97
4.1.3	97
4.2	99
4.3	100
4.4	103

ВИСНОВКИ	105
ЛІТЕРАТУРА	106
Додаток Б. Таблиця статистичних даних (перші 15 значення та останні 20 значень котирувань акції української компанії, індексу ПФТС та курсу долара США).....	109

ПЕРЕЛІК ПРИЙНЯТИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

АКФ	– автокореляційна функція
АР	– авторегресія
АРКС	– авторегресія з ковзним середнім
АРІКС	– авторегресія з інтегрованим ковзним середнім
ЕТІМ	– електронні торговельно-інформаційні мережі
МГВА	– метод групового врахування аргументів
МНК	– метод найменших квадратів
ОПР	– особа, яка приймає рішення
ПЕОМ	– персональна електронно-обчислювальна машина
ПФТС	– Перша Фондова Торгова Система
САП	– середня абсолютна похибка
САПП	– середня абсолютна похибка в процентах
СеКП	– середній квадрат похибок
СППР	– система підтримки прийняття рішення
ФБ	– фондова біржа
ЧКФ	– часткова автокореляційна функція
AR(<i>p</i>)	– процес авто регресії порядку <i>p</i>
ARMAX	– AutoRegressive Moving Average model with eXogenous inputs
ARIMA	– AutoRegressive Integrated Moving Average
MA(<i>q</i>)	– процес ковзного середнього порядку <i>q</i>
RMSE	– Root Mean Square Error

ВСТУП

АКТУАЛЬНІСТЬ ТЕМИ. Аналіз поведінки курсу акцій характеризується неоднозначною поведінкою процесу який зазвичай має тренд та сезонні впливи. Прогнозування – це ключовий момент при прийнятті інвестиційних рішень. Можливість передбачити поведінку курсу акцій для прийняття кінцевих рішень дозволяє зробити найкращий вибір, який в іншому випадку міг бути невдалим.

Окрім традиційних статистичних методів в системах підтримки прийняття рішень для фінансового аналізу використовують різноманітні математичні підходи та напрямки. В даній роботі розглядається авторегресійний аналіз економічних даних та побудова моделей на основі методу групового врахування аргументів. Для обчислення коефіцієнтів АР рівнянь використовувався метод найменших квадратів.

В дипломній роботі для вирішення задачі прогнозування курсу акцій розробляється система підтримки прийняття рішень (СППР). В цій системі розроблений та реалізований метод групового врахування аргументів. Для підвищення наочності результатів роботи СППР, на кожному етапі обробки часових рядів будуються графіки даних, це надає можливість користувачу візуально визначати особливості моделей (яку вибирати базисну функцію).

Детальніше будуть розглянуті деякі з питань фінансової математики, що стосуються ринків цінних паперів, а саме акцій – один з основних видів цінних паперів. В обіг, фірмами та фінансовими посередниками з метою акумуляції коштів, або капіталу випускають цінні папери двох основних видів: акції та облігації. Існує фундаментальна залежність між ціною (вартістю) цінних паперів та прибутком (доходом) від них. Є багато методів, які допомагають прийняти рішення щодо купівлі-продажу цінних паперів.

В першому розділі було розглянуто ряд питань, пов'язаних з торгівлею на фондовому ринку. Було наведено ряд засобів технічного аналізу, за

допомогою яких може бути прийнято рішення щодо купівлі-продажу цінних паперів.

В другому розділі наведені математичні методи аналізу макроекономічних показників, а саме МНК. Описані сучасні методи прогнозування: авторегресійні методи (АР, АРКС, АРІКС), метод групового врахування аргументів, метод подібних траєкторій. Надана теоретична інформація щодо поняття та обчислення кореляційних функцій у тому числі АКФ та ЧАКФ. Описані статистичні показники для оцінювання якості побудови рівняння моделі та прогнозу.

Третій розділ дипломної роботи присвячений опису розробленій СППР. Наведені інструкція користувача та контрольні приклади перевірки якості роботи системи. В якості прикладу застосування СППР для прогнозування курсу акцій було розглянуто ВАТ «Мотор Січ».

У четвертому розділі було розглянуто та порівняно основні методи прогнозування. Був спрогнозований курс акції на травень 2009-го року для українського підприємства різними методами. Та порівняно отримані результати з фактичними для визначення найкращої моделі.

МЕТОЮ ДОСЛІДЖЕННЯ дипломної роботи є побудова інформаційно-аналітичної системи для прогнозування та моделювання поведінки цінних паперів на фондовому ринку системи підтримки прийняття рішень на основі методу групового врахування аргументів та методів прогнозування економетричних даних, представлених у вигляді часових рядів.

ОБ'ЄКТОМ ДОСЛІДЖЕННЯ є експериментальні та статистичні дані щодо фінансово-економічних процесів, які описуються часовими рядами та потребують ефективної аналітичної обробки з метою виявлення практично корисних знань та взаємозв'язків між ними, необхідних для прийняття рішень на фондовому ринку.

ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ є методи регресійного аналізу, а також інформаційно-аналітична система для прогнозування та моделювання курсу акцій.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ: математична статистика, методи регресійного аналізу, метод групового урахування аргументів.

ОТРИМАНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Побудовані моделі AR, ARMAX для прогнозування курсу акцій ВАТ «Мотор Січ» в залежності від поведінки індексу першої фондової торгової системи України, та курсу долара США. Розроблена інформаційно-аналітична система (ІАС) для прогнозування та моделювання поведінки курсу акцій. При аналізі даних було встановлено, що найбільш адекватною моделлю для статичного прогнозування на один крок являється модель множинної регресії із урахуванням авторегресійної складової п'ятого порядку, ковзним середнім з другим лагом, індексу ПФТС з першим лагом, та курсом долара США з першим та восьмим лагом. А для динамічного прогнозування на п'ять кроків найкращою являється модель авторегресії дванадцятого порядку.

РОЗДІЛ 1

ОСНОВИ БІРЖОВОЇ ТОРГІВЛІ

Вступ

Успішне функціонування економіки в умовах ринку не можливе без розвиненого і стійкого фондового ринку. Для стабілізації фінансового становища у зв'язку з обмеженістю фінансових ресурсів держави постає необхідність забезпечити розширене відтворення шляхом залучення та “переливу” коштів через фондовий ринок. Розвиток ринку цінних паперів є своєрідним індикатором лібералізації економіки й успішного проведення ринкових реформ. Тому перший розділ дипломної роботи присвячений саме опису, аналізу та принципів побудови фондової біржі (ФБ). Детально розглядаються завдання, структура, засоби та суть технічного аналізу ФБ.

В даний час у розвинутих країнах ринки цінних паперів належать до числа найбільш динамічно зростаючих елементів фінансової сфери. Обороти на нових ринках цінних паперів зростає в багато разів швидше, ніж обсяг операцій на товарних ринках і на традиційних ринках комерційного та банківського кредиту.

Взагалі ФБ – це організований ринок, де власники цінних паперів здійснюють через членів ФБ, які виступають як посередники, угоди купівлі-продажу. Фондові біржі – це спеціальні установи, які створюють умови для постійно діючої централізованої торгівлі цінними паперами шляхом об'єднання попиту, пропозиції на них, надання місця, системи і засобів як для первинного розміщення, так і для вторинного обігу цінних паперів.

На перших порах фондовими біржами називалися спеціальні місця, де збиралися продавці та покупці цінних паперів і здійснювалися угоди купівлі-продажу. Надалі ФБ стали перетворюватися в заклади, що спеціалізувалися

на наданні послуг в організації та матеріальному забезпеченні торгівлі цінними паперами.

1.1 Фондові біржі та їхні завдання

Фондова біржа (далі – ФБ) – це організований ринок, де власники цінних паперів здійснюють через членів ФБ, які виступають як посередники, угоди купівлі-продажу. Ціни на ці цінні папери визначаються пропозицією та попитом на них, а сам процес купівлі-продажу регламентований правилами та нормами.

Отже, фондові біржі – це спеціальні установи, які створюють умови для постійно діючої централізованої торгівлі цінними паперами шляхом об'єднання попиту, пропозиції на них, надання місця, системи і засобів як для первинного розміщення, так і для вторинного обігу цінних паперів. Вони мають працювати за єдиними правилами та за єдиною технологією електронного обігу цінних паперів, визначеними Національною фондовою біржею. Членом фондової біржі може стати будь-який посередник на ринку цінних паперів, який дотримується і виконує вимоги, встановлені статусом і правилами цієї біржі.

Цінні папери, допущені до котирування на фондовій біржі, повинні обслуговуватися системою Національного депозитарію.

Держава контролюватиме наскільки чесними і справедливими є правила фондових бірж та процедур лістингу для учасників фондового ринку, відповідність засобів організації і підтримки торгівлі меті ефективного розкриття цін на цінні папери, сприятиме уніфікації біржових правил. Держава через фондові біржі може здійснювати розміщення державних цінних паперів.

На етапі приватизації майна державних підприємств через фондові біржі може відбуватися первинне розміщення тієї частки акцій найбільших

підприємств, що реалізується за грошові кошти, для визначення через котирування ринкової вартості акцій.

Біржа – це некомерційна ринкова структура або частка організованого, регулярно діючого ринку товарів та послуг у рамках якого здійснюється ряд операцій (перерозподіл капіталу, товарів та інших фондових цінностей). Історія бірж нараховує майже п'ять століть, хоча окремі фахівці стверджують, що перша біржа в Японії існувала в першому столітті до нашої ери.

Перша біржа міжнародного рівня була створена в Антверпені 1531 року. Вона мала власне приміщення, над входом до якого було написано: «для торгових людей усіх народів та мов». Лондонська ФБ виникла в XVII ст., Нью-Йоркська – в 1792 році. В 1763 році перша біржа в Україні (Одеса) [1].

Зміст поняття «фондова біржа» в історичному плані зазнавав постійних змін. На перших порах фондовими біржами називалися спеціальні місця, де збиралися продавці та покупці цінних паперів і здійснювалися угоди купівлі-продажу. Для обох сторін було зручно зустрічатися в певному місці, знаючи про те, що там вони зможуть знайти партнерів по угоді.

Надалі ФБ стали перетворюватися в заклади, що спеціалізувалися на наданні послуг в організації та матеріальному забезпеченні торгівлі цінними паперами. Це вплинуло на способи укладання та здійснення угод купівлі-продажу, які стали укладатися в конкретні дати і час. Стали більш чітко визначатися коло учасників біржової торгівлі та перелік цінних паперів, на купівлю-продаж яких дозволялося укладати угоди на біржі.

Поступово головними учасниками цих торгів стали посередники. До емітентів, котрі бажали, щоб їхні цінні папери котирувалися на біржі, ставилися все більш високі вимоги щодо розмірів статутних фондів, загальної кількості цінних паперів, фінансової та господарської спроможності тощо.

Отже, фондові біржі із закладів, що забезпечували, головним чином, матеріально-технічне обслуговування торгівлі цінними паперами, поступово перетворювалися в заклади, які дозволяють здійснювати торги певним посередникам і спеціалістам з певними цінними паперами і в певний час на основі встановлених біржею правил укладання та виконання угод. Отже, однією з функцій фондових бірж стає функція впорядкування процесу біржової торгівлі цінними паперами. ФБ стали перетворюватися в інститути, які регулюють порядок допуску цінних паперів до котирування на біржі, до участі в торгах, укладання та виконання угод. Комп'ютеризація біржової торгівлі зробила фондові біржі ще більш досконалим інструментом регулювання ринку цінних паперів. Поступово еволюційний розвиток ФБ з «місць» торгівлі в «заклади» вступив у наступну (сучасну) фазу – перетворення цих бірж із «закладів» у складні, організаційно оформлені та добре оснащені комп'ютерними засобами «системи» торгівлі цінними паперами. Це відбувалося так:

- змінюються способи здійснення торгівлі цінними паперами на фондових біржах (традиційні аукціони «з голосу» стали доповнюватися електронними торгами);
- у ряді випадків учасники торгівлі (брокери) отримали можливість укладати угоди з цінними паперами, які котирувалися на біржах, перебуваючи за межами ФБ;
- деякі фондові біржі почали здійснювати не одну, а декілька котирувань цінних паперів (різні режими допуску цінних паперів до обігу – оцінка якості, надійності та перспективності цінних паперів);
- різко зросло значення інформаційних чинників (рівні можливості доступу учасників біржової торгівлі до інформації);
- моральні чинники почали відігравати велику роль (порядність, доброзичливість, добросовісність, товариськість тощо).

Отже, вивчення розвитку фондових бірж дає змогу перейти безпосередньо до вивчення умов створення і функціонування ФБ.

Фондова біржа є, по суті, організаційним ринком цінних паперів, який функціонує на підставі офіційно зареєстрованих правил ведення торгівлі, за якими угоди щодо розміщення ті купівлі-продажу цінних паперів або їх похідних здійснюються обмеженою кількістю біржових посередників.

Юридичні особи, визначені законодавством як організаційно оформлені централізовані ринки та електронні торговельно-інформаційні мережі (ЕТІМ), на яких постійно здійснюється торгівля цінними паперами або їх похідними, можуть одержати статус фондової біржі, якщо вони відповідають таким вимогам:

- укладання біржових угод тільки між засновниками і членами біржі та ЕТІМ;
- наявності процедури відбору цінних паперів або інших фінансових інструментів, яка відповідає певним вимогам щодо умов їх випуску та обігу;
- високого рівня концентрації попиту і пропозиції на цінні папери;
- визначення ринкових цін на цінні папери як базового показника для індикації стану фондового ринку та ринку похідних цінних паперів;
- надання інших, крім торговельних, послуг клієнтам тільки через посередництво членів біржі;
- наявності правил відбору брокерів-дилерів і вимог щодо їх професійної кваліфікації;
- наявності правил (регламенту) торгівлі та стандартних торговельних процедур;
- встановлення офіційного біржового курсу, централізація реєстрації угод та розрахунків по них;
- наявності системи контролю за діяльністю членів біржі та брокерів-дилерів і дотримання ними норм професійної та ділової етики;

- наявності у керівників та провідних фахівців фондової біржі, залучених до біржової діяльності, кваліфікації спеціаліста відповідного профілю, згідно з переліком видів професійної діяльності на ринку цінних паперів, яка підтверджується кваліфікаційним сертифікатом (посвідченням) встановленого зразка, що видається атестаційною комісією, склад та порядок роботи якої теж визначається відповідною комісією фондової біржі;

- забезпечення стабільного і ефективного функціонування системи інформації про цінні папери та інші фінансові інструменти, їх ціни і умови обігу.

Згідно[3] правила фондової біржі повинні передбачати:

- види угод, що укладаються на ФБ;
- порядок торгівлі на ФБ;
- умови допуску цінних паперів на фондову біржу;
- умови і порядок передплати на цінні папери, що котируються на ФБ;
- порядок формування цін державного курсу та їх публікацій;
- перелік цінних паперів, що котируються на ФБ;
- обов'язки членів фондової біржі щодо ведення обліку та інформації, внутрішній розпорядок роботи комісії ФБ, порядок їхньої діяльності;
- систему інформаційного забезпечення фондової біржі;
- види послуг, що надаються ФБ і розміри плати за них;
- інші положення.

Фондова біржа виконує низку функцій: по-перше, вона відкриває юридичним особам доступ до позичкового капіталу шляхом випуску і продажу цінних паперів, при цьому капітал стає власністю емітента; по-друге, ФБ сприяє і забезпечує переливання капіталу емітента з однієї сфери діяльності в іншу, від однієї юридичної особи до іншої; по-третє, ФБ служить важливим каналом для розміщення державних цінних паперів, через неї

опосередковано здійснюється управління державним внутрішнім боргом; по-четверте, ФБ є одним з економічних стабілізаторів, який вмонтований у систему товарно-грошових відносин і сприяє при цьому тривалому та динамічному розвитку господарського механізму; по-п'яте, ФБ служить економічним барометром ділової активності, показниками якого виступають спеціально розраховані індекси кон'юнктури – (наприклад таким індексом в США є «індекс Доу-Джонса», індекс Американської фондової біржі) – вони дозволяють аналізувати поточний стан фондового ринку, національної та світової економіки, складати економічні прогнози; по-шосте, ФБ забезпечує ефективний розвиток вторинного ринку; по-сьоме, вона формує сприятливе ставлення інвесторів до держави як одного із регуляторів ринку цінних паперів.

1.2 Суть технічного аналізу

Існують два різних підходи для дослідження та прогнозування ціни акції: технічний та фундаментальний аналіз. В даній роботі було використано обидва методи. В даному розділі розглянемо більш детально технічний аналіз.

Технічний аналіз – це дослідження динаміки основних показників ринку за допомогою графічних методів з метою прогнозування майбутніх напрямів їх руху.

Технічний аналіз використовує значна кількість учасників біржових та позабіржових ринків. Успішний біржовий трейдер О. Елдер образно висловився з цього приводу: «Технічний аналіз споріднений з опитуванням громадської думки. Це поєднання науки й мистецтва. Наукова частина полягає у використанні статистичних методів і комп'ютерів; творча частина – тлумачення отриманих даних». Технічний аналіз ґрунтується на трьох статистичних оцінках біржової торгівлі, а саме:

1. ціни;
2. обсяги торгівлі;
3. Кількість відкритих позицій або відкритий інтерес (open interest).

О. Елдер підкреслює, що у зарубіжній практиці є два погляди на технічний аналіз. З точки зору психолога, технічний аналіз визначається як графічне зображення соціально-психологічних процесів ринку. З точки зору математика, технічний аналіз є графічним відображенням звичайних статистичних процесів. Становлення технічного аналізу відбувається у кінці ХІХ-го століття. Творцем цього напрямку вважається Чарльз Доу – головний редактор газети «The Wall Street Journal», який вперше використав статистичні методи аналізу часових рядів на ринку акцій. Сучасний технічний аналіз все більше і більше використовує когнітивну психологію, за допомогою якої аналітик краще пізнає себе та ринок, що дозволяє по-новому оцінювати різні ринкові процеси [5].

На зарубіжних ринках джерела фінансової інформації безпосередньо орієнтуються на поведінку інвесторів. Без сумніву, найдоступнішими та найбільш використовуваними джерелами інформації є фінансові розділи газет. Газети з кваліфікованим штатом фінансових редакцій подають не лише інформацію про основні ділові та фінансові новини дня, але й, як правило, свої коментарі. У США та Європі, крім головних фінансових газет: «The Wall Street Journal», «Journal of commerce», «Financial Times», «Investor Daily» тощо, видається понад тисячу джерел інвестиційної інформації.

Найпотужнішими у світі службами фінансової інформації є системи тикерів (біржовий телеграф), що належать корпорації «Dow Jones & Company» і працюють цілодобово в режимі реального часу, та інформаційні агентства «Reuters», «AFX», «Knight Ridder», «Futures World News».

Відображаючи багатогранність сучасного суспільства, інвестиційне середовище зарубіжних фінансових ринків надає необмежені можливості для

інвестування. Сьогодні інвестори можуть формувати свої портфелі не лише з акцій та облігацій, що котируються на відомих біржах світу. Вони купують цінні папери невеликих корпорацій, розміщених на всій земній кулі, в т.ч. й у постсоціалістичних країнах. Все поширенішими на зарубіжних ринках стають високодохідні облігації, забезпечені пулом іпотек, векселі із змінною ставкою, свопи, опціони та ф'ючерсні контракти.

Інвестор особисто або через інститут спільного інвестування, біржового брокера постійно працює з біржовими котирувальними таблицями, намагаючись за допомогою аналізу цін і курсів передбачити їх поведінку.

Фундаментальний підхід, що передбачає повний ринковий аналіз на макро- та мікрорівнях, це швидше логічний підхід, але події на ринках не завжди підпорядковані логіці. Історія ринку налічує масу прикладів того, як прозорий та прогнозований ринок неадекватно реагував на несприятливі зміни. На слабких ринках, коли ціни знижуються, одна й та ж інформація може викликати збільшення обсягів продажу замість купівлі. Цей, здавалося би, нелогічний процес неможливо пояснити на прикладі аналізу простої економічної ситуації, оскільки для точної оцінки ринку необхідно додатково аналізувати більшу кількість фінансових інструментів.

Фундаментальний аналіз концентрується на вивченні факторів попиту та пропозиції, що визначають зміну цін. Це традиційний економічний аналіз. На сучасних фінансових ринках фундаментальний аналіз здійснюється із застосуванням економетрії та моделей розвитку ринків. Однак ефективність такого аналізу є високою лише для довгострокового прогнозування.

Фундаментальний аналіз ускладнюється через тенденцію ринку не враховувати і, відповідно, не реагувати на загальновідомі фактори та узгоджувати з ними прогнозування ринку. Ця тенденція руйнує логічний зв'язок між ринком та економічним станом. Наприклад, урядові закупи або продаж стратегічних запасів сировини на слабких ринках можуть спричинити зростання цін тощо. Учасники ринку по-різному реагують на

новини. Дехто потребує переконливішої інформації, ніж інші, аналізу специфічних факторів для прийняття рішення про купівлю чи продаж. Спровокувати таку поведінку можуть психологічні фактори, властиві конкретному торговцеві, повільне поширення інформації та відповідна реакція на ринкові зміни [5].

Прихильники технічного аналізу (техніки) вивчають біржовий ринок як єдине ціле або ринок, на який впливають як зовнішні, так і внутрішні фактори. Техніки переконані, що, оскільки ринки складаються з людей, які, як правило, не схильні швидко змінювати свої погляди, їх дії на ринку за однакових обставин повторюватимуться.

Незважаючи на високу вартість технічного аналізу, він дуже популярний серед трейдерів. Більшість аналітиків, як правило, використовує обмежені дані – ціни та обсяги. Їх можна швидко збирати, аналізувати та зберігати. Те, що було властиве ринкові 50-х років ХХ-го ст., може повторитися й сьогодні, а значить, успішно використовуватися при виробленні торговельних стратегій.

Технічний аналіз ґрунтується на припущенні, що ціни змінюються за стійкими часовими моделями. Тих, хто дотримується цієї теорії, називають чартистами (chart – діаграма), оскільки вони аналізують діаграми коливань цін та курсів і виявляють повторювані моделі. Фундаментальні аналітики досліджують закономірності, що діятимуть у майбутньому, а погляд технічних аналітиків спрямований у минуле. Основне положення технічного аналізу: *все на ринку, розпочинаючи з катастроф та закінчуючи психологією трейдерів, призводить до зростання чи спаду цін* [4].

Технічний аналіз передбачає вивчення внутрішньої інформації бірж. Слово «технічний» означає вивчення самого ринку, а не зовнішніх факторів, що відображаються в динаміці ринку. Технічні аналітики намагаються прогнозувати короткострокові зміни цін та курсів і на основі цього прогнозу дають рекомендації щодо часу укладання угоди, конкретного контракту або

ринку в цілому. Саме тому на фінансових ринках світу вважають, що фундаменталісти відповідають на запитання «що?», а техніки – «коли?».

Концепція технічного аналізу ґрунтується на існуванні історичних закономірностей. Техніки стверджують, що вивчення минулих змін цін та курсів на ф'ючерсних та фондових біржах дозволяє торговцеві прийняти правильне рішення сьогодні. Практично всі технічні аналітики користуються красномовною, але загадковою термінологією. Наприклад, значне зростання курсу при відносно великих обсягах торгівлі вони характеризують як нагромадження, а зниження курсів при великих обсягах торгівлі – як розподіл. Якщо на фондовому ринку курси акцій не змінюються протягом значного періоду, то вважається, що акції перебувають у фазі консолідації. Курс, за межі якого ціни не піднімаються, називається рівнем опору, курс, за межі якого ціни не опускаються, – рівнем підтримки [2].

Джерелами інформації, крім названих вище, служать довідкові й статистичні видання ф'ючерсних та опціонних котирувань світових бірж. Ф'ючерсні котирування відображають всю необхідну для технічного аналізу інформацію:

- ціну на момент відкриття біржі;
- найвищу та найнижчу ціни дня (інтервал цін);
- ціну закриття;
- термін дії контракту;
- розмір контракту;
- біржу, на якій відбулися торги;
- найвищу та найнижчу ціни за період існування контракту;
- кількість відкритих та неліквідованих контрактів;
- обсяги продажу та купівлі опціонів.

Основне завдання технічного аналітика – виявити закономірності реального руху цін, вловити момент зламу тенденції – так звані сигнали

купівлі та продажу. Будь-які прийоми та методи технічного аналізу можна використовувати лише для ліквідних ринків з великою кількістю учасників, де операції виконуються регулярно, у значних обсягах [5].

Найпопулярнішим інструментом технічних аналітиків є цінові графіки. Побудова графіків зміни цін і курсів є одним із найдавніших й найбільш вдалих методів. Багато графіків використовується фахівцями для виявлення тенденцій ринку та точок зламу трендів. *Тренд – це тенденція (від лат. «tendentia» - напрям) або односпрямований рух ціни, що зберігається впродовж певного неперервного періоду часу.* Хоча Е. Найман справедливо зазначає, що можна і необхідно поєднувати відносно випадковості подій на ринку та його періодичну трендовість. Досить обґрунтовано можна стверджувати, що:

- рано чи пізно на ринку з'являється якась тенденція;
- рано чи пізно панівна (домінуюча) тенденція закінчується;
- ніхто не знає точно, коли та на якому рівні розпочнеться або завершиться тенденція.

Ці висновки дозволяють визначити певні правила технічного аналізу. Так, трейдеру необхідно оцінювати напрям панівної (домінуючої) тенденції, її силу та визначити життєвий цикл тренду.

Технічний аналіз ґрунтується на таких постулатах:

- курс або ціна враховує всі фактори: економічні, політичні, психологічні. Ціна – квінтесенція ринку. На думку техніків, досить проаналізувати графіки зміни ціни або курсу, щоб зробити точний прогноз. З цими твердженнями, особливо для коротких проміжків часу (години, дня), погоджуються і практики, і теоретики ринків;

– ціна або курс рухаються тільки в напрямі тренду. Тренди бувають трьох типів:

- а) тренд «бика» – ціни та курси підвищуються;
- б) тренд «ведмедя» – ціни та курси знижуються;

в) «бічний » тренд (flat) – ціни та курси не змінюються. Довгий флет, як правило, передбачає цінову «бурю» – різке зростання чи спад цін;

– події повторюються, тобто закони економіки, психології, фізики незмінні протягом значного часу. Саме цей постулат дозволяє з більшою ймовірністю прогнозувати майбутнє на основі аналізу цінових тенденцій у минулому.

Рис. 1.1 Схематичне позначення всіх видів трендів

Метою технічного аналізу є:

1. оцінка поточної динаміки цін;
2. визначення конкретного тренду;
3. прогноз терміну дії тренду, довжини періоду дії даного напрямку (довгостроковий, короткостроковий);
4. визначення фази тренду – життєвого циклу (зародження, зрілості та завершення);
5. визначення амплітуди коливання ціни тренду.

Іншими словами, метою технічного аналізу є визначення напрямку руху ціни, а також кращих цін та часу для укладання угод. Маючи відповіді на ці запитання, технічний аналітик дає поради щодо купівлі або продажу. Коротко кажучи, технічний аналіз базується на наступних припущеннях:

– ринок знає все. Суть цього припущення полягає в тому, що дія всіх факторів, економічних, політичних та психологічних уже врахована ринком і включена у ціну;

- ринок підпорядковується тенденціям;
- ринок має закономірності або історія повторюється.

Як бачимо, ці припущення дійсно мають багато недоліків, однак можуть і широко використовуватися у технічному аналізі.

1.3 Засоби технічного аналізу

Серед засобів технічного аналізу можна виділити чотири категорії [4]:

1. Зразки графіків цін.
2. Метод дотримання тренду.
3. Аналіз характеру ринку.
4. Структурні теорії.

Перший метод технічного аналізу ґрунтується на побудові різних графіків зміни цін і курсів, обсягів торгів та виявленні так званих «фігур», які у цих графіках можна помітити. Техніки використовують відповідне програмне забезпечення, яке сьогодні настільки поширене, що включається до стандартних комп'ютерних програм. Найбільш вживаними у практиці технічного аналізу є *стовпчикові діаграми, лінійні графіки, графіки «хрестиків та нуликів», графіки відрізків (барів), «японські свічки*.

Лінійні графіки звичайно показують час на осі ОХ і ціну на осі ОУ. Ціна подається вертикальною лінією, яка може відображати певний період (день, тиждень, місяць або якийсь інший термін).

Накреслена лінія показує ціни від нижчої до найвищої або навпаки. Специфічні позначки можуть доповнюватися показниками цін або курсів відкриття та закриття ринку. Кожен наступний період поданий справа від

попереднього. Дехто вказує й інші дані на графіку, наприклад, обсяги торгівлі або додає короткий коментар незвичайних подій, що могли вплинути на стан ринку.

Деякі аналітики воліють будувати графіки пропорцій, відомі під технічною назвою «напівлогарифмічний масштаб». Проте їх важко побудувати без певних навичок та знань статистичних методів аналізу. Велика перевага цих графіків у тому, що вони вказують на темпи зміни, а не на кількісну різницю. На відсотковому графіку, якщо фонди зростають на 10% в рік, графік матиме форму прямої лінії. Якщо два фонди зрівняються, то стрімкіше зростатиме той, у якого більший відсоток зміни [4].

У стовпчикових діаграмах аналогічно на осі ОХ відкладають час, на осі ОУ – ціну.

Для прикладу розглянемо зміни цін на нафту за тижневий інтервал (табл. 1.1) і побудуємо стовпчикові діаграми зміни цін і обсягів торгівлі та лінійний графік (Рис. 1.2). Ціни подані в \$ / за барель.

Таблиця 1.1

Зміни цін та обсягів торгівлі ф'ючерсного контракту на нафту на Нью-Йоркській товарній біржі за тиждень

Дні	Ціна відкриття	Найвища ціна	Найнижча ціна	Ціна закриття	Обсяги торгівлі, кількість контрактів, шт.
t-5	19.0	21.0	19.0	19.5	1200
t-4	19.5	20.5	20.0	20.0	1400
t-3	18.0	22.0	18.0	19.5	700
t-2	19.5	20.0	19.0	20.0	900
t-1	17.5	19.0	17.0	18.0	1000

Лінійні графіки та стовпчикові діаграми є абсолютно зрозумілими і наочно демонструють зміни цін та обсягів торгівлі. Схематичне зображення стовпчикових графіків подано на Рис. 1.2.

Рис. 1.2 Приклади графічного відображення

Додаткового пояснення потребує метод відображення динаміки цін за допомогою так званих «японських свічок». Це дуже цікавий метод, який дозволяє торговцю одразу бачити картину денної поведінки ціни. Приклади свічок та їх значення подано на Рис. 1.4. Основною відмінністю японських свічок від стовпчикових діаграм є наявність прямокутника, який будується в інтервалі між цінами відкриття та закриття торгів. Цей прямокутник має назву «тіло свічки» (*real body*). Залежно від співвідношення цін відкриття та закриття торгів, цей прямокутник може бути зафарбований у білий або чорний кольори. Білий колір свічка має тоді, коли ціна відкриття є нижчою

від ціни закриття, тобто свідчить про те, що впродовж дня ціни підвищувалися. Якщо тіло свічки чорного кольору, то це означає, що впродовж дня ціни падали і ціна закриття була нижчою від ціни відкриття торгів. Рух цін вище тіла свічки утворює «*верхню тінь*» (*upper shadow*), рух цін нижче тіла свічки – «*нижню тінь*» (*lower shadow*) [4].

Рис. 1.3 Схематичне зображення стовпчикових графіків

Аналіз японських свічок здійснюють за трьома напрямками:

1. сила тіла;
2. сила тіні;
3. сила заперечення.

Сила тіла оцінює довжину тіла. Чим воно довше, тим сильнішим є прояв бажання ринку йти у певному напрямі: для білої свічки вгору, для чорної – вниз. Сила тіні показує наскільки не збігається бажання ринку йти у певному напрямі з його можливостями. Сила заперечення полягає у простому правилі: якщо ринок не пішов разом із силою тіла або силою тіні, то тим впевненіше він піде у протилежному напрямі.

Рис. 1.4 Приклади свічок та їх значення

Графіки «хрестиків та нуликів» були створені лише для відображення зміни ціни. Час, необхідний для заміни однієї ціни іншою, абсолютно не береться до уваги. На відміну від деяких лінійних графіків, графіки «хрестиків та нуликів» не зважають на обсяг. Наприклад, на фондовому ринку було погоджено, що зміни, які враховуватимуться, можуть мінімально становити \$ 1/8 і максимально – \$2 або \$3 за кожен акцію.

Свої цінові параметри мають ф'ючерсні контракти на сировину та валюту. Однак кожна клітинка графіка може представляти цю вибрану суму. Щоразу при зростанні цін на визначену суму у певний квадрат ставитиметься «х», щоб вказати зміну. Якщо ціни зростатимуть, додаткові «х» ставитимуться один над одним. Якщо ціна знизиться поза обраний рівень, «х» стане у наступному рядку на клітинку нижче. В такому випадку ринок повернеться, а графік «хрестики та нулики» дістає ще одну назву – «оборотний графік». Для наочності колонки зростання починаються «х», а колонки спаду – «о» [4].

Якщо аналітика цікавить короткострокові зміни, наприклад \$ 1/8, то активний день на біржі може заповнити багато колонок. І, навпаки, якщо його цікавить тривалий проміжок часу, то слід обрати крок \$3, що дозволить простежити тенденцію руху цін на малому графіку. Техніки, що надають перевагу цьому методу, впевнені, що можуть передбачити не лише можливі

зміни напрямку руху цін, але й час змін. Вони роблять це за допомогою техніки, яка називається *підрахунком (the count)*. Загалом ідея побудови графіку така: фіксується ціна закриття торгів так, щоб у колонках сформувати тренд (тенденцію) зміни цін, до іншої колонки аналітики переходять при появі іншої тенденції (Рис. 1.5).

Рис. 1.5 Графік «хрестики та нулики»

Графіки утворюють різні «фігури», для яких аналітики технічного аналізу винайшли красномовні назви. Для цього графіки будуються за довгий період часу, наприклад місяць, рік, десять і більше років. Приклад такого графіку подано на Рис. 1.6. Ці графіки на сайтах бірж та в економічній пресі можуть подаватися у вигляді стовпчикових діаграм або «японських свічок».

Рис. 1.6 Приклад зображення цінового графіка

Більшість аналітиків використовує фігури для характеристики ліній опору, підтримки, повороту та зародження трендів. Відомий аналітик Е.Л. Найман стверджує, що учасники ф'ючерсних ринків, аналізуючи трендові моделі, повинні використовувати правило – не працюй проти тренду [6]. Англійською мовою це звучить: «the trend is your friend» - «тренд ваш друг».

Рис. 1.7 Позначення характеристик тренду

Рис. 1.8 Типові ситуації ліній тренду

Рівень опору – це локально-максимальна ціна. При з'єднанні локальних максимумів і визначається лінія опору. Рівень підтримки – це локально-мінімальна ціна. Для отримання цієї лінії необхідно з'єднати між собою рівні мінімальних цін.

1.4 Висновки до розділу 1

За період свого існування ФБ еволюціонувала з «місць» торгівлі в «заклади» до складних, добре оснащених найсучаснішими комп'ютерними засобами «системи» торгівлі цінними паперами. На сучасний момент головними учасниками цих торгівельних операцій на ФБ стали посередники.

В даному розділі детально розглянуто поняття ФБ, наведена типова структура. З'ясовано, що технічний аналіз ґрунтується на трьох статистичних оцінках біржової торгівлі, а саме:

1. ціни.
2. обсяги торгівлі.
3. кількість відкритих позицій або відкритий інтерес (open interest).

Найпопулярнішим інструментом технічних аналітиків є цінові графіки. Побудова графіків зміни цін та курсів є одним із найдавніших та найбільш вдалих методів. Багато графіків використовується фахівцями для виявлення тенденцій ринку та точок зламу трендів.

Серед засобів технічного аналізу можна виділити чотири основні категорії:

1. Зразки графіків цін.
2. Метод дотримання тренду.
3. Аналіз характеру ринку.
4. Структурні теорії.

РОЗДІЛ 2

СУЧАСНІ МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Вступ

Розвиток прогностики як науки в останнє десятиріччя призвів до створення багатьох методів, процедур, прийомів прогнозування, нерівноцінних за своїм призначенням. За оцінкою вітчизняних та іноземних спеціалістів вже нараховується більше ста методів прогнозування, в зв'язку з цим перед спеціалістами виникає задача вибору методів, які б давали адекватні прогнози для процесів чи системи, які досліджуються.

Передбачається, що спостережуваний часовий ряд має певну структуру, відмінну від послідовності незалежних випадкових числових значень. Зазвичай вважають, що структуру ряду можна описати моделлю, яка містить невелику кількість параметрів порівняно з кількістю спостережень. Прикладами таких моделей є авторегресії, ковзні середні.

2.1 Метод найменших квадратів

Перша робота, в якій використовувався метод найменших квадратів, належить Лежандру. В 1805 р. у статті «Нові методи визначення орбіт комет» він написав: «Після того як повністю використані усі умови задачі, необхідно визначити коефіцієнти так, щоб величини їх похибок були найменшими з можливих. Для цього був вказаний простий метод, який полягає в пошуку мінімуму суми квадратів помилок».

У загальному випадку парна лінійна регресія є лінійною функцією між залежною змінною Y і однією пояснюючою змінною X :

$$Y = a_0 + a_1 X \quad (2.1)$$

Співвідношення (2.1) називається теоретичною лінійною регресійною моделлю; a_0 і a_1 — теоретичні параметри (теоретичні коефіцієнти) регресії.

Щоб визначити значення теоретичних коефіцієнтів регресії, необхідно знати й використовувати всі значення змінних X і Y генеральної сукупності, що практично неможливо. Тому за вибіркою обмеженого обсягу будують так зване емпіричне рівняння регресії, у якому коефіцієнтами є оцінки теоретичних коефіцієнтів регресії:

$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X, \quad (2.2)$$

де \hat{a}_0 і \hat{a}_1 — оцінки невідомих параметрів a_0 і a_1

$(X_i, Y_i), i = 1, 2, \dots, n$, для змінних X і Y :

- а) отримати найкращі оцінки \hat{a}_0 , \hat{a}_1 невідомих параметрів a_0 і a_1 ;
- б) перевірити статистичні гіпотези про параметри моделі;
- в) перевірити, чи досить добре модель узгоджується зі статистичними даними (адекватність моделі даним спостережень).

Для відображення того факту, що кожне індивідуальне значення y_i відхиляється від відповідного умовного математичного сподівання, у модель вводять випадковий доданок u_i :

$$y_i = M(Y | X = x_i) + u_i = a_0 + a_1 x_i + u_i,$$

Отже, індивідуальні значення y_i подають у вигляді суми двох компонент — систематичної ($a_0 + a_1 x_i$) і випадкової (u_i).

Завдання полягає в тому, щоб за конкретною вибіркою $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$, знайти такі значення оцінок невідомих параметрів a_0 і a_1 , щоб побудована лінія регресії була найкращою в певному розумінні серед усіх інших прямих. Іншими словами, побудована пряма має бути “найближчою” до точок спостережень за їх сукупністю [9, 10].

Мірою якості знайдених оцінок є умова мінімізації суми квадратів помилок (RSS – residual sum of squares):

$$\sum_{i=1}^n u_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_i)^2, \quad (2.3)$$

Графічно шукану пряму можна зобразити наступним чином.

Рис. 2.1 Принцип методу найменших квадратів

Позначимо $Q(\hat{a}_0, \hat{a}_1) = \sum_{i=1}^n u_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_i)^2$. Тоді неважко

помітити, що квадратична функція $Q(\hat{a}_0, \hat{a}_1)$ неперервна, опукла та обмежена знизу ($Q \geq 0$), тобто має мінімум.

Необхідною умовою існування мінімуму неперервно-диференційованої функції двох змінних є рівність нулю її частинних похідних:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_i) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial a_1} = -2 \sum (y_i - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_i) x_i = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad (2.4)$$

Виконавши елементарні перетворення, дістанемо систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} n\hat{a}_0 + \hat{a}_1 \sum x_i = \sum y_i \\ \hat{a}_0 \sum x_i + \hat{a}_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i \end{cases} \quad (2.5)$$

Розв'яжемо систему (2.5) відносно її невідомих оцінок параметрів \hat{a}_0 і \hat{a}_1 :

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - n \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2}; \quad \hat{a}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i}{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2}.$$

Зауважимо, що в класичній лінійній економетричній моделі змінна u розглядається як випадкова змінна з нульовим математичним сподіванням і сталою дисперсією. Оскільки u охоплює вплив багатьох неврахованих факторів, які можна вважати незалежними, то на підставі центральної граничної теореми теорії ймовірностей роблять висновок, що ця випадкова величина підпорядкована нормальному закону розподілу (закону Гаусса).

Доведено (теорема Гаусса), що застосування методу найменших квадратів можливе лише тоді, коли залишки розподілені нормально з параметрами $M(u) = 0$, $D(u) = \sigma^2 = const$.

В загальному випадку, модель лінійної регресії має вигляд:

$$y_i = \alpha_1 x_{i1} + \dots + \alpha_m x_{im} + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.6)$$

Залежна змінна, матриця регресорів матимуть вигляд:

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix}.$$

Коефіцієнти регресії (параметри) та похибки:

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_m \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}.$$

Отримаємо рівняння регресії у матричній формі:

$$y = X \alpha + \varepsilon \quad (2.7)$$

Аналогічно розмірковуючи, як у випадку з (2.3) необхідно брати часткові похідні. Тоді з невиродженості матриці X можна знайти вектор коефіцієнтів МНК:

$$\alpha = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (2.8)$$

Якщо $\det(X^T X) = 0$, розв'язок не єдиний. Насправді розв'язків безліч.

2.2 Авторегресійні методи

2.2.1 Прогнозування без розв'язку рівнянь

Структура різницевого рівняння така, що воно дозволяє виконувати прогнозування на один крок (один період дискретизації вимірів) без додаткових перетворень. Тобто в праву частину необхідно підставити минулі значення змінних і обчислити оцінку прогнозу головної змінної в лівій частині. Але для того щоб знайти оцінку прогнозу на більше число кроків, необхідно застосувати деякі попередні перетворення різницевих рівнянь (РР). Розглянемо деякі можливі підходи до обчислення прогнозованих значень.

Як приклад, розглянемо рівняння АР(1):

$$y(k) = a_0 + a_1 y(k-1) + \varepsilon(k). \quad (2.9)$$

Збільшимо незалежну змінну час на одну одиницю і запишемо рівняння знову:

$$y(k+1) = a_0 + a_1 y(k) + \varepsilon(k+1). \quad (2.10)$$

Якщо коефіцієнти a_0, a_1 відомі, то можна знайти умовне математичне сподівання на основі відомої інформації до моменту k включно:

$$\begin{aligned} E_k[y(k+1)] &= E_k[y(k+1) | y(k), y(k-1), \dots, \varepsilon(k), \varepsilon(k-1), \dots] = \\ &= a_0 + a_1 E_k[y(k)] = a_0 + a_1 y(k), \end{aligned} \quad (2.11)$$

оскільки $y(k)$ в момент k є відомою константою.

По аналогії рівняння (2.9) запишемо для моменту $k + 2$:

$$y(k + 2) = a_0 + a_1 y(k + 1) + \varepsilon(k + 2), \quad (2.12)$$

і знайдемо умовне математичне сподівання

$$\begin{aligned} E_k[y(k + 2)] &= a_0 + a_1 E_k[y(k + 1)] = a_0 + a_1 E_k[a_0 + a_1 y(k)] = \\ &= a_0 + a_0 a_1 + a_1^2 y(k). \end{aligned}$$

Таким чином, для загального випадку прогнозування на s кроків можна записати

$$E_s[y(k + s)] = a_0 \left(\sum_{i=0}^{s-1} a_1^i \right) + a_1^s y(k) = a_0 \sum_{i=0}^{s-1} a_1^i + a_1^s y(k).$$

Отримане рівняння називають функцією прогнозування на довільне число кроків. Прогноз представляє собою збіжний процес, якщо $|a| < 1$, тобто

$$\lim_{s \rightarrow \infty} E_k[y(k + s)] = \frac{a_0}{1 - a_1}, \quad (2.13)$$

де a_1 – знаменник геометричної прогресії. Вираз (2.13) свідчить про те, що для будь-якого стаціонарного процесу АР чи АРКС оцінка умовного прогнозу асимптотично ($s \rightarrow \infty$) збігається до безумовного середнього.

2.2.2 Ковзне середнє

Ковзне середнє – інструмент згладжування цінових рядів, який головним чином застосовується для відображення змін біржових котирувань акцій, цін на сировину та інше. Термін ковзне середнє означає, що набір значень, що усереднюють, безупинно рухається в часі. Ковзна середня відображає тенденцію зміни цін і згладжує їхні несуттєві коливання. На ринках, де яскраво виражена цінова тенденція відсутня, ковзна середня, як правило, змінюється в деякому горизонтальному діапазоні.

Загальна формула для зваженого ковзного середнього:

$$MA(k) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \cdot y(k-i+1)}{\sum_{i=1}^N w_i}$$

де y – часовий ряд вхідних даних.

В загальній формулі для простого (арифметичного) ковзного середнього всі вагові мають однакову вагу (одиничну).

2.2.3 Авторегресія з ковзним середнім (ARMA)

Знайдемо спочатку функцію прогнозування для процесу АРКС(2,1), який описується наступним рівнянням:

$$y(k) = a_0 + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \varepsilon(k) + \beta_1 \varepsilon(k-1). \quad (2.14)$$

Для наступного моменту часу можна записати

$$y(k+1) = a_0 + a_1 y(k) + a_2 y(k-1) + \varepsilon(k+1) + \beta_1 \varepsilon(k).$$

Умовне математичне сподівання для $y(k+1)$ має вигляд

$$E_k[y(k+1)] = a_0 + a_1 y(k) + a_2 y(k-1) + \beta_1 \varepsilon(k).$$

де $\varepsilon(k)$ розглядається як відома величина на момент k включно. При цьому

$$[\varepsilon(k+j)] = 0, \quad \forall j > 0.$$

Для моменту часу $k+2$ маємо умовне математичне сподівання

$$E_k[y(k+2)] = a_0(1+a_1) + (a_1^2 + a_2)y(k) + a_1 a_2 y(k-1) + a_1 \beta_1 \varepsilon(k).$$

З отриманих виразів для умовного математичного сподівання видно, що рекурсивна формула для прогнозу на довільне число s кроків може бути записана тільки у наступному вигляді:

$$E_k[y(k+s)] = a_0 + a_1 E_k[y(k+s-1)] + a_2 E_k[y(k+s-2)]. \quad (2.15)$$

Якщо корені характеристичного рівняння, записаного для (2.15), знаходяться всередині одиничного кола, то оцінка прогнозу асимптотично збігається до безумовного середнього значення

$$\lim_{s \rightarrow \infty} E[y(k+s)] = \frac{a_0}{1 - a_1 - a_2},$$

а для довільного процесу АРКС(p,q) оцінку умовного прогнозу можна записати як

$$E_k[y(k+s)] = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i E_k[y(k+s-i)] .$$

2.2.4 Модель ARMAX

Загальний вигляд ARMAX(p,q,d) моделі:

$$y(k) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \cdot y(k-i) + \varepsilon(k) + \sum_{j=1}^q b_j \cdot \varepsilon(k-j) + \sum_{s=1}^d c_s \cdot x_s \quad (2.16)$$

де q – порядок КС, d – кількість включених пояснюючих змінних.

Назва ARMAX походить від AutoRegressive Moving Average model with eXogenous inputs model. З англійської exogenous перекладається як зовнішній або екзогенний фактор.

В рівнянні (2.16) сума $\sum_{s=1}^d c_s \cdot x_s$ представляє собою лінійну комбінацію зовнішніх пояснюючих змінних x_1, \dots, x_d .

Рішення о включенні в ARMAX рівняння моделі відповідної пояснюючої змінної x_s приймається на основі аналізу сумісної кореляції вихідного сигналу y та x_s $correl(y, x_s) = r_{y, x_s}$. Якщо $r_{y, x_s} > 0,5$ то змінну x_s необхідно включати.

В загальному випадку до складу ARMAX рівняння окрім регресорів x_1, \dots, x_d також можуть включатися лагові змінні $x_s(k-m)$. Для того щоб включити відповідну авто регресійну частину регресора x_s необхідно виконати аналіз ЧКФ(y, x_s). На практиці умова $\sum c_j < 1$ може не

виконуватися. Найчастіше це пов'язано з різним масштабом значень y та x_s , у випадку коли значення y та x_s спочатку нормують (наприклад всі змінні процесу приводять до діапазону $[-1;+1]$ або $[0;1]$), то умова $\sum c_j < 1$ скоріш за все буде виконуватися.

2.2.5 Авторегресія з інтегрованим ковзним середнім (ARIMA)

Теоретичною основою ARIMA-аналізу та методології, яка є порівняно новим поколінням засобів прогнозування, заснованих на аналізі стохастичних властивостей динамічних рядів, стали наукові розробки Дж. Бокса та Г. Дженкінса, зокрема їх спільна праця, присвячені аналізу прогнозування та контролю часових рядів [14].

Якщо для процесу, що моделюється, можна виявити вхідну змінну, то вона записується у правій частині:

$$y(k) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{j=0}^q b_j \varepsilon(k-j) + \varepsilon(k) . \quad (2.17)$$

Характеристичне рівняння, записане для (2.17), може мати одиничні корені, тобто, один або більше коренів характеристичного рівняння можуть приймати значення «1». Такі процеси називають процесами авторегресії з інтегрованим ковзним середнім – АРІКС(p, q, d) (англ. ARIMA), де d – число одиничних коренів характеристичного рівняння. Процеси цього класу *нестационарні* – вони мають тренд, порядок якого визначається числом одиничних коренів. Якщо $d=1$, то тренд лінійний; якщо $d=2$, то тренд квадратичний і т.д.

Розглянемо лаговий оператор, або оператор затримки L :

$$L \cdot y(k) = y(k-1) . \quad (2.18)$$

Тоді модель АРІКС можна записати за допомогою лагового оператора:

$$\left(1 - \sum_{i=1}^p a_i \cdot L^i\right) \cdot (1-L)^d y(k) = \left(1 + \sum_{j=1}^q b_j \cdot L^j\right) \varepsilon(k) . \quad (2.19)$$

де p – порядок АР, q – порядок КС, d – степінь інтегрованості.

Наприклад, модель ARIMA(0,1,0) представляє собою модель випадкових блукань:

$$y(k) = y(k-1) + \varepsilon(k) .$$

2.3 Метод групового врахування аргументів (МГВА)

Розв'язок практичних задач та розробка теоретичних питань Метода Групового Врахування Аргументів (МГВА), призвели до появи широкого спектру обчислювальних алгоритмів, кожен з яких використовується за певних умов застосування. Вибір алгоритму залежить як від точності інформації, яка представлена у вибірці експериментальних даних, так і від виду задачі, яка розв'язується.

Метод групового врахування аргументів (МГВА) базується на завданні правил ускладнення моделі, системі опорних функцій, критерію селекції та методу регуляризації згідно зовнішнім критеріям.

2.3.1 Постановка задачі.

Задана множина даних: вхідні змінні $\{X(1), X(2), \dots, X(M)\}$ і вихідна змінна $\{y(1), y(2), \dots, y(M)\}$. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – n - вимірний вектор, M – число чоток спостереження.

Необхідно на основі спостережних даних побудувати модель

$$= F(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2.20)$$

яка буде найменш складніша.

Відмінними особливостями даної задачі є:

1. вид функціональної залежності невідомий, а визначений лише клас моделей, наприклад, поліном довільного порядку або гармонічний ряд (Фур'є);
2. коротка вибірка даних;
3. часові ряди $x_i(t)$ в загальному випадку нестационарні.

В такому випадку застосування класичних методів статистичного аналізу, наприклад, регресійного чи дисперсійного аналізу, неможливо, і необхідно використовувати нестандартні методи, наприклад, основані на застосуванні ідей штучного інтелекту [15].

Метод бере ідеї з біології, а саме механізми еволюції:

1. схрещення або гібридизація предків і генерація потомків;
2. селекція та відбір кращих.

2.3.2 Поліноміальна опорна функція

Майже усі відомі алгоритми МГВА використовують поліноміальні опорні функції. Загальний зв'язок між вхідними та вихідними змінними знаходиться у вигляді функціонального ряду Вольтера, дискретний аналог якого відомий як поліном Колмогорова-Габора [17]:

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i x_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots, \quad (2.21)$$

оскільки з допомогою такого поліному можна досягти досить точної апроксимації будь-якої диференційованої функції.

Ця складна залежність замінюється множиною простих функцій:

$$y_1 = f(x_1, x_2); \quad y_2 = f(x_1, x_3); \dots \quad y_s = f(x_{N-1}, x_N), \quad (2.22)$$

де $s = C_N^2$, причому функція f усюди однакова.

Отже, отримавши перший ряд селекції, нові змінні подаються тепер як вхідні параметри, і отримуємо другий ряд селекції:

$$z_1 = f(y_1, y_2); \quad z_2 = f(y_1, y_3); \dots \quad z_p = f(y_{s-1}, y_s), \quad \text{де } p = C_s^2.$$

Різноманітні алгоритми МГВА розрізняють по виду часткового опису f . В даній роботі розглядаються три види часткових описів:

- лінійний: $f(x_i, x_j) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j$,
- неповний квадратичний: $f(x_i, x_j) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j$,
- квадратичний: $f(x_i, x_j) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j + a_4 x_i^2 + a_5 x_j^2$.

При побудові моделі (при знаходженні значень коефіцієнтів) в якості критерію використовується критерій регулярності:

$$\bar{\varepsilon}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2. \quad (2.23)$$

$$\bar{\varepsilon}^2 \rightarrow \min .$$

Існує багато моделей на даній вибірці, які забезпечують нульову помилку (достатньо підвищувати степінь полінома). Позначимо S – складність моделі (визначається кількістю членів полінома Колмогорова-Габора). Значення помилки $\bar{\varepsilon}^2$ залежить від складності моделі. Причому по мірі зростання складності вона буде спадати, а потім зростати. Нам необхідно вибрати таку оптимальну складність, при якій помилка буде мінімальна. Крім того, якщо враховувати дію завад, то можна виділити наступні моменти:

1. При різному рівні завад залежність $\bar{\varepsilon}^2$ від складності S буде мінятися, зберігаючи при цьому загальний характер (спочатку спадати, а потім зростати).
2. При збільшенні рівня завад, величина $\min_S \bar{\varepsilon}^2$ буде зростати.

Одним із способів подолання неповноти вибірки даних, яка є наслідком теореми неповноти Геделя – принцип зовнішнього доповнення. В якості зовнішнього доповнення використовується додаткова вибірка (перевірочна), точки якої не використовувались при навчанні системи (тобто при пошуку оціночних значень коефіцієнтів поліному (2.21)) [19].

Пошук найкращої моделі виконується наступним чином:

- Уся вибірка ділиться на навчальну та перевірочну:

$$N_{\text{виб}} = N_{\text{навч}} + N_{\text{перев}}.$$

- На навчальній вибірці $N_{\text{навч}}$ визначаються значення $\hat{a}_0, \hat{a}_i, \hat{a}_{ij}$.
- На перевірочній вибірці $N_{\text{перев}}$ відбираються кращі моделі.

2.3.3 Алгоритм МГВА

1. Для кожної пари x_i та x_j будуються часткові описи (усього C_N^2) виду:

$$\hat{Y}^{(S)} = \varphi(x_i, x_j) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j + a_4 x_i^2 + a_5 x_j^2, \quad s = 1..C_N^2$$

2. Обчислюються коефіцієнти цих моделей по МНК, використовуючи навчальну вибірку. Тобто, знаходимо $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{a}_4, \hat{a}_5$.
3. Потім на перевіірочній вибірці для кожної з цих моделей шукаємо

$$\text{оцінку} \quad \bar{\varepsilon}_S^2 = \frac{1}{N_{\text{перев}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{перев}}} [Y(k) - \hat{Y}_k^{(S)}],$$

де $Y(k)$ – дійсне значення вихідної змінної в k - тій точці перевіірочної вибірки; $\hat{Y}_k^{(S)}$ – вихідне значення в k - тій точці перевіірочної вибірки у відповідності з s -тою моделлю).

4. Відбираємо F кращих моделей, і подаємо на другий ряд. Шукаємо

$$\hat{Z}^{(P)} = \varphi^{(2)}(x_i, x_j) = a_0^{(2)} + a_1^{(2)} y_i + a_2^{(2)} y_j + a_3^{(2)} y_i y_j + a_4^{(2)} y_i^2 + a_5^{(2)} y_j^2$$

Оцінка тут така ж, як на першому ряді.

Процес конструювання рядів повторюється до тих пір, поки середній квадрат помилки буде падати. Коли на шарі m отримаємо збільшення помилки $\bar{\varepsilon}^2$, то закінчуємо.

2.4 Метод пошуку подібних траєкторій

Розглянемо метод непараметричного прогнозування для одновимірної часової послідовності з малим рівнем шуму. На практиці приймають, що послідовність генерується нелінійною динамічною системою, заданою такими рівняннями:

$$\begin{aligned} z_{t+1} &= h(z_t, u_t), \\ \dot{z}_t &= g(z_t), \end{aligned} \tag{2.24}$$

де $h(z_t, u_t)$ та $g(z_t)$ – нелінійні незалежні від часу функції, які мають обмежені похідні; $u_t \in R^{d_s}$ – визначена функція змінних t ; $y_t \in R$ та $z_t \in R^{d_s}$. Вважається, що $h(z_t, u_t)$, $g(z_t)$, u_t та d_s – невідомі, а прогноз має бути побудований виключно на згенерованій системою часовій послідовності $[y_1, y_2, \dots, y_n]$.

2.4.1 Локальне моделювання

Локальні моделі виконують прогнозування шляхом пошуку частин часових послідовностей, що дуже схожі на ту частину послідовності, яка знаходиться саме перед прогнозною точкою. За прогноз обирається оцінка середнього значення приросту, що відбувається безпосередньо за схожими частинами послідовності.

Попередні дослідження показали, що прогнози, отримані за допомогою основаних на локальних моделях методів – кращі або схожі до результатів інших методів.

Перед використанням локальних моделей необхідно прийняти декілька рішень. Наприклад, математично визначити поняття „локальний”, як побудувати вхідний вектор, який тип локальної моделі використати, як обчислювати точність моделі.

В кожному окремому випадку є пропозиції, як прийняти те чи інше рішення. Однак загального всебічного методу, що поєднує успішні впровадження різних дослідників, поки що нема. Також проблема співвідношення точності моделі з вартістю обчислень часто опускається при розгляді цього питання. Нижче буде спроба заповнити ці прогалини та

запропоновані деякі нові пропозиції щодо використання локальних моделей у прогнозуванні.

2.4.2 Теоретичні основи методу

$\mathbb{N} \times \mathbb{R}^n$, h ~~з~~ a ~~h~~

Фактично всі нелінійні моделі (локальні та глобальні) мають параметри, які потрібно визначити перед побудовою моделі чи її використанням. Працюючи з системами типу чорний ящик, аналітику про процес невідомо нічого, що могло б допомогти вибрати ці параметри. В ідеалі, параметри вибираються з умови максимізації деякої міри точності моделі. Хоча процес обчислення зараз дешевий та доступний як ніколи раніше, та глобальна максимізація за всіма параметрами моделі майже у всіх випадках залишається майже недосяжним рішенням. Природна ж альтернатива – нелінійна оптимізація – в загальному випадку неприпустима через велику кількість локальних мінімумів.

В деяких випадках можуть існувати ефективні методи знаходження допустимих значень деяких з цих параметрів. Також існуюча теорія пропонує непогані оцінки або, більш частіше, обмеження на значення параметрів. Нажаль ці пропозиції в більшості випадків не можна застосувати до всіх параметрів моделі.

Часто точність моделі дуже чутлива до одних параметрів і менш чутлива до значень інших параметрів. Досвідчений аналітик здатен одразу вибрати прийнятні значення цим параметрам. На жаль цей процес обирання значень параметрів є суб'єктивним і не допускає узагальнення. Отже точність моделі може сильно залежати від вміння та досвідченості аналітика.

Часто виконується груба оптимізація вимірюванням точності моделі для декількох значень параметрів моделі. Використання такої оптимізації

обмежується обчислювальними ресурсами, і, як результат, страждає точність моделі [21].

Висновок

Локальні моделі, що описані в даній роботі, будуються на основі використання тільки найближчих точок на k найближчих сусідніх сегментах траєкторії.

Вибір підходящої міри схожості, іншими словами метрики, є важливим рішенням, яке зазвичай не розглядається. Найбільш розповсюджена метрика – квадрат евклідової відстані між вхідним вектором x та цільовим вектором q :

$$d_E(q_t, x_t) = (q_t - x_t)^T (q_t - x_t).$$

В цьому випадку ми маємо один параметр – m , розмірність. Вибір більш загального вигляду метрики з більшою кількістю параметрів може надмірно вплинути на точність моделі. Наприклад, зважена евклідова відстань

$$d_\Lambda(q_t, x_t) = (q_t - x_t)^T \Lambda (q_t - x_t) \quad (2.25)$$

може використовуватись як метрика, якщо $\Lambda \in R^{m \times n}$ – додатна напіввизначена матриця. Однак, короткі часові послідовності часто бувають занадто малими для оцінки m параметрів. З іншого боку, оптимізація такої кількості параметрів для великих вибірок не вигідна з обчислювальної точки зору.

Метрика d_Λ визначається параметрами λ та m . При досить великих m та досить малих λ вплив найбільш віддалених компонентів x_t буде незначним. Таким чином, якщо модель будується при досить великому значенні m , на точність моделі впливає лише λ .

Так як точність моделі залежить від λ , зростає вартість обчислення при знаходженні найкращого значення λ . Це і є критичний момент запропонованого методу. Більшість нелінійних моделей, такі як нейромережі, нелінійна оптимізація з адаптивними параметрами, в загальному випадку потребує дуже багато обчислень для знаходження глобального екстремуму за структурними параметрами (кількість нейронів схованого шару). На відміну від цих моделей, запропоновану модель можна побудувати та досить ефективно виконати глобальну оптимізацію за параметрами моделі, що робить вибір параметрів ключовим моментом [21].

$$b_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_{ij}^k \quad (2.24)$$

Ми можемо вибрати прийнятне значення розміру вікна при візуальному дослідженні часової послідовності. За відсутності шуму, типова одновимірна часова послідовність, згенерована динамічною системою, описаною рівняннями (2.24), буде містити періодичні коливання приблизно однакового періоду. Розмір вікна w треба вибрати таким чином, щоб воно охоплювало декілька коливань. Більш велике вікно потребує більших обчислень при невеликому зростанні точності. При малій довжині часової послідовності велике вікно значно скорочує кількість точок, що можуть бути використані для побудови моделі:

$$n_c = n - m\tau.$$

І навпаки, занадто мале вікно зменшить точність моделі.

Нехай ми визначились з розміром вікна w . Треба вибрати значення часу дискретизації τ . Єдиним виправданням вибору найменшого значення τ є точність d_Δ . Наприклад, якщо часова послідовність була отримана

дискретизацією неперервного у часі сигналу з частотою T , то зважена квадратична похибка апроксимації ISE_λ :

$$ISE_\lambda(q_t, x_t) = \int_{tT-(m-1)\tau}^{tT} \lambda^{v-tT} (q_v - x_v)^2 dv$$

$$d_\lambda(q_t, x_t) = \sum_{i=0}^{m-1} \lambda^i (q_{t-i\tau} - x_{t-i\tau})^2 \approx \frac{1}{T} ISE_\lambda(q_t, x_t)$$

Для фіксованого значення w , вибір τ впливає на точність ISE_λ . Малі значення збільшують точність ISE , однак точність моделі не обов'язково збільшиться. З іншого боку, зменшення τ означає збільшення m , а отже зростання вартості обчислення. Беручи до уваги це протиріччя, τ треба обирати якомога меншим з обмеженням по обчислювальних можливостях.

2.4.3 Алгоритм прогнозу на основі пошуку найближчої сусідньої точки

eh **te** **te**

Однією з проблем прогнозування часової послідовності є те, що існує можливість збільшення відліків даних за рахунок зменшення періоду дискретизації чи за допомогою інтерполяції; тобто можна отримати більше даних, не додаючи при цьому нової інформації. Це є проблемою, бо у дискретизованого з надто великою частотою сигналу усі найближчі траєкторії будуть знаходитись у часовій послідовності поруч один до одного.

Рис. 2.2 Пошук найближчих сегментів траєкторії.

Наприклад, на Рис. 2.2 багато точок найближчого сегменту траєкторії розташовані ближче за точки на четвертому з найближчих сегментів траєкторії. Ця проблема вирішується пошуком найближчих сегментів траєкторії, замість пошуку найближчих точок траєкторії. До речі, можна модифікувати існуючі алгоритми пошуку найближчих точок траєкторії для знаходження найближчих сегментів. Перевага полягає у тому, що по алгоритму пошуку найближчих точок вже зроблено багато досліджень.

Опишемо алгоритм пошуку найближчих траєкторій при наявності алгоритму пошуку найближчих точок. Нехай знайдена точка x , яка знаходиться ближче за k -ту найближчу точку, знайдену алгоритмом раніш.

Підрахуємо відстані до попередніх точок послідовно від точки x_i (x_{i-1}, x_{i-2}, \dots) для пошуку найближчого локального мінімуму. Повторимо цю процедуру для точок, що йдуть після x (x_{i+1}, x_{i+2}, \dots). Локальний мінімум позначимо за x_{min} . Це буде найближча точка в даному сегменті траєкторії.

Виключимо інші точки цього сегменту з подальшого розгляду. Для цього підрахуємо відстані до попередніх точок послідовно від точки x_i (x_{i-1}, x_{i-2}, \dots), поки не досягнемо локального максимуму, або відстань перевищить відстань до k -тої найближчої точки, знайденої раніше.

Позначимо цю точку за x_{\max} . Виключимо з подальшого розгляду точки, що знаходяться між x та x_{\max} .

Повторимо попередній крок для точок, що йдуть після x . Замінімо k -ту найближчу точку точкою x_{\min} і продовжимо пошук найближчих точок.

~~е]h]blf~~ ~~h~~ ~~g h~~ ~~th~~ ~~hE~~ ~~h~~ ~~hd~~

Розглянемо оригінальний алгоритм пошуку найближчої точки. Він є одним з найефективніших алгоритмів при розв'язанні задач в просторах з малою кількістю вимірів та подібний з точки зору ефективності обчислень з алгоритмом прямого перебору в багатовимірних просторах. Завдяки тому, що цей алгоритм побудований на нерівності трикутника, він є набагато швидшим при використанні для обробки послідовностей, згенерованих маловимірною нелінійною динамічною системою.

Як і для інших алгоритмів на нерівності трикутника ANNA потребує вибору метрики до побудови дерева.

Візьмемо в якості метрики корінь квадратний метрики, описаної в (2.25). Квадратний корінь необхідний для того, щоб працювала нерівність трикутника:

$$d(q, x_i) = d_{\Delta}(q, x_i)^{1/2}$$

ANNA складається з двох етапів: фази ініціалізації та фази пошуку. На етапі ініціалізації рекурсивно будується дерево пошуку. Кожна підмножина точок послідовно розбивається на s підмножин до моменту, коли розмір підмножини не перевищує n .

Для розбиття на підмножини можна використовувати будь-який алгоритм кластеризації. ANNA використовує наступний алгоритм: нехай необхідно розбити множину з n_p точок на s відокремлених підмножин.

За x_0 вибираємо довільну точку.

Знаходимо точку множини, що знаходиться найдалше від x . Ця точка є центром першого кластера.

Знаходимо точку множини, що знаходиться найдалше від найближчого з центрів знайдених до цього. Ця точка є центром наступного кластера.

Повторюємо попередній крок до знаходження c центрів кластерів.

Об'єднуємо точки в кластери за найближчим центром. Підраховуємо центр мас для кожного кластера точок.

Знаходимо точки M_1, M_2, \dots, M_c , що є найближчими до центрів мас кожного з кластерів.

Співставляємо кожну точку з найближчим центром M_i . Позначаємо множину точок, співставлених з M як S .

Для кожної множини S підраховуємо радіус як відстань від M_i до найдалшої точки множини S : $r =$

Для кожної множини S , яка складається менше ніж з n_T , точок підраховуємо відстань від центральної точки M до кожної з точок множини S , $d(M_i, x_i)$

Незважаючи на велику кількість кроків алгоритму кластеризації, кількість обчислень визначається через $O(n_p)$.

Під час фази пошуку використовується алгоритм пошуку границі на гілці першого рівня. По-перше, алгоритм підраховує відстань від точки, що розглядається, до кожної з центральних точок $d(M_i, q)$ на верхньому рівні дерева пошуку. По-друге, шукаються наступний вузол, що є представником меншої підмножини точок, за умови зростання $d(M_i, q)$. Цей процес продовжується доки алгоритм не натрапить на кінцевий вузол дерева.

Є декілька правил, що дозволяють після підрахунку k відстаней уникнути пошуку вузла. Ці правила:

1. Жодна з точок множини S_i не може бути k -ою найближчою точкою до точки q , якщо $d(x_k, q) < d(M_i, q) - r_i$, де x_k – k -а найближча точка, знайдена на попередньому кроці.
2. Жодний з вузлів останнього рівня не може бути найближчою точкою, якщо $d(x_k, q) < |d(M_i, q) - d(M_i, x_j)|$.

Також запропоновано декілька додаткових правил, що дозволяють викинути з розгляду більше точок, ніж запропоновані правила. Однак ці правила погано спрацьовують у багатовимірних просторах з великою кількістю вимірностей.

Горизонтальні лінії

Якщо розглядаються точки, отримані з часової послідовності, то час пошуку алгоритмом ANNA можна зменшити. Наприклад, якщо для вхідного вектора x знайдено перших k найближчих точок $[x_1, x_2, \dots, x_k]$, то послідовність точок $[x_{k+1}, x_{k+2}, \dots, x_{k+1}]$ зазвичай буде дуже близька до x_{k+1} . Якщо підраховувати відстань до цих точок заздалегідь (перед пошуком в дереві), то найменша границя, що використовується в правилах відсіву точок 1 та 2, буде значно вужчою, більше точок не будуть прийматись до уваги, і таким чином зменшиться кількість обчислень.

Горизонтальні лінії

Як вже було обговорено, алгоритм пошуку найближчої траєкторії знаходить найближчу точку серед точок k найближчих сегментів траєкторії. Якщо часова послідовність являє собою грубо квантований неперервний у часі сигнал, що є виходом динамічної системи, то знайти найближчу точку

найближчої траєкторії можна лише з малою точністю (грубо). У випадку, коли послідовність отримана дискретизацією з більшою частотою, або ж, що еквівалентно, часова послідовність є виходом дискретної у часі динамічної системи, то найближча точка траєкторії буде знайдена з більшою точністю і прогнозування буде виконано точніше. При занадто малій частоті дискретизації сигналу алгоритмом пошуку найближчих траєкторій можуть бути знайдені невірні траєкторії [21].

На практиці можна значно підвищити частоту дискретизації з досить великою точністю, якщо вихідна послідовність квантова на занадто грубо. Однак пропорційно підвищенню кількості точок у часовій послідовності підвищується і вартість обчислення алгоритму пошуку найближчої траєкторії.

\mathbb{R}^n k \mathbb{R}^n

Для виконання прогнозу після знаходження k найближчих сегментів траєкторії необхідно побудувати локальну модель. Це стандартна проблема апроксимації за винятком важливого зауваження: вимірність вхідного вектора (m) порівняна з довжиною послідовності (k), що використовується для побудови моделі. Більшість методів нелінійного моделювання не можуть бути застосовані за таких умов. Вони мають забагато вільних параметрів і потребують більше k точок для побудови моделі. Також не можна використовувати методи, що потребують багато обчислень, бо кожний раз необхідно будувати нову модель.

\mathbb{R}^n g \mathbb{R}^n

Локальні лінійні моделі стали популярним вибором завдяки тому, що їх можна швидко побудувати використовуючи короткі вибірки. Деякі автори запропонували перед побудовою лінійної моделі проектувати вхідні вектори на підпростір. Частіше за все для знаходження l – вимірного підпростору, в

якому вхідні вектори мають найбільшу дисперсію, вже будується лінійна модель та генерується прогноз.

Розривність є недоліком локальних моделей, який згадується найчастіше. Невелика зміна вхідного вектора може змінити k -ту найближчу траєкторію, що в результаті приводить до зовсім іншої моделі. Ця проблема може бути вирішена завдяки зменшенню впливу найближчих траєкторій на локальну модель. Наприклад, можна будувати лінійні моделі, використовуючи зважену лінійну регресію, де найдавніші траєкторії мають найменшу вагу.

Були розроблені різноманітні вагові функції. Загальноприйняте, що точність моделі не залежить від типу вибраної вагової функції. Прийнятним вибором є квадратична функція:

$$w(i) = \left(1 - \frac{d_i^2}{d_k^2}\right)^2,$$

де d_i – відстань до i -тої найближчої точки. Однією з переваг бівагової функції є те, що вагова функція для k -тої найближчої точки дорівнює нулю, що робить локальну модель неперервною.

Довідка **№** **№**

Багато дослідників показують, що точність моделі чутлива до кількості найближчих траєкторій K , що робить цей параметр кандидатом на глобальну оптимізацію. Це рішення є критичним, бо глобальну оптимізацію можна виконувати лише за декількома параметрами.

Оптимізація K є набагато ефективнішою за оптимізацію параметру метрики λ за двома причинами. По-перше, пошук найближчої точки можна виконати для декількох значень параметру λ без побудови нових дерев

пошуку алгоритмом ANNA. Кожне нове значення λ потребує перебудови дерева пошуку.

По-друге, в загальному випадку для часових послідовностей з малим рівнем шуму оптимальне значення параметра k є малим. Тому для пошуку оптимального значення необхідно розглянути невелику кількість різних значень k . З іншого боку, для знаходження оптимального λ треба розглянути набагато більше значень, бо λ знаходиться у неперервному проміжку від 0 до 1.

2.5 Теоретичні відомості про кореляційні функції

2.5.1 Загальні відомості про кореляційні функції

Коефіцієнт кореляції, а в загальному випадку кореляційна функція, дозволяють встановити зв'язок між змінними. Кореляція може бути лінійною або нелінійною в залежності від типу залежності, яка фактично існує між змінними. Досить часто на практиці розглядають тільки лінійну кореляцію (взаємозв'язок), але більш глибокий аналіз потребує використання для дослідження процесів нелінійних залежностей. Складну нелінійну залежність можна спростити, але знати про її існування необхідно для того, щоб побудувати адекватну модель процесу.

Кореляційна матриця дозволяє встановити зв'язок залежної (ендогенної) змінної з незалежними (екзогенними). Розглянемо кореляційну матрицю вимірності 3×3 , яка обчислюється для трьох змінних x, y, z :

$$R = \begin{bmatrix} r_{yy} & r_{xy} & r_{zy} \\ r_{yx} & r_{xx} & r_{zx} \\ r_{yz} & r_{xz} & r_{zz} \end{bmatrix}, \text{ де } r_{yx} = r_{xy}, r_{yz} = r_{zy}, r_{xz} = r_{zy}. \quad (2.26)$$

y – ендогенна змінна; x, z – екзогенні змінні, які впливають на залежну змінну. Тобто, необхідно встановити існування залежності виду: $y = f(x, z)$, яка може бути представлена у формі регресії змінної y на незалежні змінні x, z :

$$y(k) = a_0 + a_1x(k) + a_2z(k) + \varepsilon(k), \quad (2.27)$$

де k – дискретний час (наприклад, в секундах, хвилинах, годинах, днях, тижнях, місяцях і т.д.); $\varepsilon(k)$ – випадкова змінна, введення якої в модель пояснюється наступними причинами:

- часто буває неможливо визначити всі незалежні змінні, які впливають на залежну змінну, а тому рівняння (2.27) описує процес з похибкою;

- можуть існувати такі незалежні змінні, які неможливо виміряти і включити в математичну модель, а тому їх розглядають як збурення і вважають, що їх спільний вплив на залежну змінну описується випадковою змінною $\varepsilon(k)$;

- в регресійне рівняння (2.27) можуть бути включені пояснюючі (екзогенні) змінні, які фактично на y не впливають, але формально між ними і y існує ненульова кореляція;

- будь-який метод оцінювання коефіцієнтів рівняння регресії вносить свою методичну похибку, яка також повинна бути врахована в моделі.

Вважають, що сукупний вплив всіх вказаних факторів можна з деяким припущенням описати випадковою змінною $\varepsilon(k)$. Оскільки вона не вимірюється, то оцінити її значення (похибку моделі або остаток) можна тільки після оцінювання коефіцієнтів моделі, тобто

$$\hat{\varepsilon}(k) = e(k) = \hat{y}(k) - y(k),$$

де $\hat{y}(k)$ – оцінка змінної $y(k)$, отримана по моделі; $y(k)$ – фактичні вимірювання.

Для обчислення елементів матриці R необхідно мати синхронні в часі вибірки значень всіх трьох змінних y, x, z . Формула для обчислення коефіцієнтів кореляції має вигляд:

$$r_{yx} = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=1}^N \{[x(k) - \bar{x}][y(k) - \bar{y}]\}}{\sigma_x \sigma_y},$$

де N – довжина вибірки даних; \bar{x}, \bar{y} – середні вибіркові x, y ; σ_x, σ_y – стандартні відхилення, тобто корені квадратні з їх дисперсій. Наприклад,

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N [y(k) - \bar{y}]^2 \right]^{1/2},$$

де \bar{y} – середнє значення ряду $y(k)$, яке обчислюється за формулою:

$$\bar{y} = \mu_y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k).$$

Коефіцієнти кореляції показують на степiнь взаємозв'язку між змінними. Очевидно, що перед формальним обчисленням коефіцієнтів кореляції необхідно виконати аналіз процесу та визначити присутність (чи відсутність) логічного зв'язку між змінними. Це дозволяє ввести в подальшому в розгляд тільки ті змінні, які дійсно впливають на залежну

змінну. Очевидно, що для правильного вибору змінних необхідно достатньо глибоко аналізувати процес, який моделюється.

На основі значень коефіцієнтів кореляції приймається рішення про включення незалежних змінних (або регресорів) в рівняння регресії:

$$y(k) = a_0 + b_1x(k) + b_2z(k) + \varepsilon(k),$$

яке може бути представлено в загальному вигляді як

$$y(k) = a_0 + a_1x_1(k) + a_2x_2(k) + a_3x_3(k) + \dots + a_{p-1}x_{p-1}(k) + \varepsilon(k), \quad (2.28)$$

Можна показати, що між коефіцієнтами регресії b_1, b_2 і коефіцієнтами кореляції r_{yx}, r_{yz} існує однозначний взаємозв'язок.

Рівняння (2.28) представляє собою *лінійну регресію* p -го порядку, але досить часто приходиться застосовувати більш складні нелінійні моделі. Характерним представником нелінійної відносно змінних регресії є поліноміальна регресія порядку $p - 1$:

$$y(k) = a_0 + a_1x(k) + a_2x^2(k) + a_3x^3(k) + \dots + a_{p-1}x^{p-1}(k) + \varepsilon(k), \quad (2.29)$$

В рівняння (2.29) включена тільки одна незалежна змінна $x(k)$, але очевидно, що воно може бути розширене будь-якими іншими змінними.

Для визначення необхідності включення в рівняння регресії авторегресійної складової необхідно обчислити та дослідити автокореляційну функцію змінної $y(k)$. Рівняння з авторегресійною складовою має вигляд:

$$y(k) = a_0 + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + b_1 x(k) + b_2 z(k), \quad (2.30)$$

тобто, в рівняння регресії введена авторегресійна (АР) складова другого порядку.

Порядок авторегресії визначається за допомогою автокореляційної функції. Число коефіцієнтів автокореляційної функції, які відмінні від нуля в статистичному сенсі, і буде порядком авторегресії.

Коефіцієнти вибіркової автокореляційної функції обчислюють за формулою:

$$r_y(s) = r_{y(k)y(k-s)} = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=s+1}^N \{[y(k) - \bar{y}][y(k-s) - \bar{y}]\}}{\sigma_y^2}, \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (2.31)$$

де σ_y^2 – вибірка дисперсія змінної $y(k)$. Число коефіцієнтів АКФ, відмінних від нуля в статистичному сенсі, вказує на порядок авторегресійної частини моделі.

2.5.2 Теоретична автокореляційна функція

Якщо вибірка АКФ обчислюється з використанням значень вимірів часового ряду, то теоретична АКФ обчислюється за допомогою рівняння, яке описує процес. Розглянемо для прикладу стохастичний процес АР(1):

$$y(k) = a_0 + a_1 y(k-1) + \varepsilon(k).$$

Дисперсія цього процесу визначається так:

$$\text{Var}[y(k)] = \text{Var}[a_1 y(k-1)] + \text{Var}[\varepsilon(k)].$$

Оскільки для стаціонарного процесу (тобто процесу, статистичні характеристики якого не змінюються в часі) дисперсія залишається постійною, то

$$\text{var}[y(k)] = \text{var}[y(k-1)].$$

Таким чином, можемо записати

$$\text{var}[y(k)] (1 - a_1^2) = \text{var}[\varepsilon(k)].$$

або

$$\text{var}[y(k)] = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - a_1^2} = \gamma_0.$$

при умові, що $|a_1| < 1$ (умова стаціонарності).

Знайдемо теоретичне значення коваріації для сусідніх значень залежної змінної, тобто для $y(k)$ та $y(k-1)$ (значення зміщення $s=1$). Оскільки $\text{cov}[y(k)y(k-s)] = \text{cov}[y(k)y(k+s)]$, то можна записати

$$\begin{aligned} y(k+1) &= a_1 y(k) + \varepsilon(k) = a_1 [a_1 y(k-1) + \varepsilon(k)] + \varepsilon(k+1) = \\ &= a_1^2 y(k-1) + a_1 \varepsilon(k) + \varepsilon(k+1) \end{aligned}$$

Тепер можна знайти коефіцієнт коваріації при $s=1$:

$$\begin{aligned} \text{cov}[y(k)y(k+1)] &= E\{[a_1 y(k-1) + \varepsilon(k)][a_1^2 y(k-1) + a_1 \varepsilon(k) + \varepsilon(k+1)]\} = \\ &= a_1^3 \text{var}[y(k-1)] + a_1 \text{var}[\varepsilon(k)] = \end{aligned}$$

$$= a_1^3 \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - a_1^2} + a_1 \sigma_\varepsilon^2 = \frac{a_1 \sigma_\varepsilon^2}{1 - a_1^2}$$

По аналогії для довільного значення s знайдемо:

$$E\{[y(k) - \mu][y(k-s) - \mu]\} = \frac{\sigma_\varepsilon^2 a_1^s}{1 - a_1^2} = \gamma_s$$

За визначенням, значення коефіцієнтів теоретичної автокореляційної функції знайдемо як відношення:

$$\rho_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_0}$$

Таким чином, $\rho_0 = 1$, $\rho_1 = a_1$, $\rho_2 = a_1^2$, ..., $\rho_s = a_1^s$.

2.5.3 Часткова автокореляційна функція

Уточнити порядок авторегресійної складової можна за допомогою часткової автокореляційної функції (ЧАКФ), яка обчислюється за виразами:

$$\Phi_{11} = r(1), \quad \Phi_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2};$$

$$\Phi_{ss} = \frac{r_s - \sum_{j=1}^{s-1} \Phi_{s-1,j} r_{s-j}}{1 - \sum_{j=1}^{s-1} \Phi_{s-1,j} r_j} \quad (2.32)$$

ЧАКФ чіткіше відображає порядок АР-моделі завдяки відсутності впливу проміжних коефіцієнтів кореляції на вибрані значення змінної. Тобто,

коефіцієнт Φ_{11} характеризує степiнь взаємозв'язку між сусiднiми (в часi) значеннями змiнної, а Φ_{22} характеризує взаємозв'язок між значеннями змiнної, якi роздiленi в часi двома перiодами дискретизацiї.

Значення коефіцієнтів вибіркової ЧАКФ можна наближено визначити за допомогою експериментальних даних наступним чином. Коефіцієнт a_{11} моделі $y(k) = a_{11}y(k-1)$ можна поставити у відповідність коефіцієнту ЧАКФ $a_{11} \approx \Phi_{11}$, а коефіцієнт a_{22} моделі $y(k) = a_{22}y(k-2)$ приблизно дорівнює коефіцієнту Φ_{22} . Коефіцієнти a_{11}, a_{22} оцінюють методом найменших квадратів.

Відмінність коефіцієнтів автокореляційної функції від нуля в статистичному сенсі означає, що існує деякий вираз (формула), яка дозволяє підтвердити або спростувати цей факт. Одним із загальноприйнятих підходів до визначення цього факту є обчислення статистичного параметра (або просто статистики) Л'юнга-Бокса $Q(r_k)$, який визначається за формулою:

$$Q(r_k) = N(N+2) \sum_{k=1}^s r_k^2 / (N-k)$$

де N – довжина вибірки даних змiнної, для якої знайдено значення АКФ r_k ; s – число коефіцієнтів АКФ, якi досліджуються на суттєву відмінність від нуля. Знайдене значення статистики порiвнюють з табличним i таким чином приймається чи спростовується початкова гiпотеза.

2.6 Статистичні показники для оцінювання якості побудови моделі та прогнозу

2.6.1 Середня та середньо квадратична похибки

Середня похибка – це не відносний показник, вона характеризує *ступінь зміщення* прогнозованих значень від фактичних і розраховується за формулою:

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i). \quad (2.33)$$

де y_i – фактичне значення змінної; \hat{y}_i – прогноз.

ME вимірює упередженість в оцінюванні. За припущенням, середня помилка повинна дорівнювати нулю. Інакше, ми маємо упередженість у оцінюванні.

Саме тому необхідно використовувати інші міри похибки. Ступінь розсіювання значень змінної навколо її середнього можна виміряти стандартним відхиленням σ , яка дорівнює квадратному кореню з дисперсії (або середньоквадратичної похибки), тобто:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}. \quad (2.34)$$

де $RMSE$ – середньо квадратична похибка, y_i – фактичне значення змінної; \hat{y}_i – прогноз.

Стандартне відхилення залишків – один із основних показників якості прогнозу. Це досить широко застосовувана статистична характеристика, яка виявляється корисною при аналізі поведінки процесів різної природи. Воно

використовується, наприклад, як міра ризику при аналізі фінансових процесів і як характеристика надійності в управлінні запасами.

Середня відсоткова похибка (MPE – Mean Percentage Error):

$$MPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i} \times 100\%. \quad (2.35)$$

Середня відсоткова абсолютна похибка:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} \times 100\%. \quad (2.36)$$

Середня відсоткова похибка MPE забезпечує відносну оцінку зміщення прогнозу. MAPE є подібною до RSME, але вона є відносною мірою точності моделі. Ці міри якості характеризують відносну якість прогнозу, то їх використовують, в основному, для порівняння точності прогнозів різномірних об'єктів (процесів) прогнозування.

2.6.2 Коефіцієнт детермінації та статистика Дарбіна-Уотсона

Коефіцієнт детермінації R^2 :

$$R^2 = \frac{\text{var}(\hat{y})}{\text{var}(y)}, \quad (2.37)$$

де $\text{var}(\hat{y})$ – дисперсія залежної змінної, оціненої за допомогою побудованої математичної моделі, а $\text{var}(y)$ – дисперсія залежної змінної, оціненої за допомогою її фактичних значень. Коефіцієнт показує, яка частка коливань

результативної ознаки y зумовлена коливанням факторної ознаки x . Для гарної моделі $R = 1$.

Статистика Дарбіна-Уотсона DW (Durbin-Watson) показує адекватність побудованої моделі та обчислюється за формулою:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^N (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2}, \quad (2.38)$$

де ε – вектор залишків (різниця між значеннями отриманими за моделлю та фактичними), при цьому $DW \in [0;4]$. Для найкращої моделі $DW \rightarrow 2$. Це означає, що залишки моделі між собою не автокорелюють.

2.6.3 Коефіцієнт нерівності Тейла

Коефіцієнт нерівності Тейла U – це дуже важливий індикатор якості моделі і прогнозу.

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{y}_i^2}}, \quad (2.39)$$

де y_i – фактичне значення змінної; \hat{y}_i – прогноз.

За побудовою, його величина знаходиться між 0 і 1. Якщо $U = 1$, модель не може бути використана для прогнозу. Прогнозовані і реальні ряди

є некорельованими. У протилежному випадку, якщо $U = 0$, прогнозовані ряди співпадають з реальними рядами і модель є ідеальною.

Коефіцієнт Тейла можна розкласти на три складові.

Складова, пропорційна зміщенню:

$$U^M = \frac{(\bar{y} - \bar{\hat{y}})^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y(i) - \hat{y}(i)]^2}; \quad (2.40)$$

Складова, пропорційна дисперсії:

$$U^S = \frac{(\text{var}(\hat{y}) - \text{var}(y))^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y(i) - \hat{y}(i)]^2}; \quad (2.41)$$

де $\text{var}(\hat{y})$ – дисперсія оцінки, а $\text{var}(y)$ – дисперсія фактичних значень.

І складова, пропорційна коваріації:

$$U^C = \frac{2(1 - \rho)(\text{var}(y) \cdot \text{var}(\hat{y}))}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y(i) - \hat{y}(i)]^2}; \quad (2.42)$$

де ρ – коефіцієнт кореляції між залишками моделі.

Величина U^M використовується для перевірки факту, чи є систематичне відхилення середніх фактичного і прогнозованого ряду. Іншими словами, чи існує систематичне зміщення на виході моделі в той чи

інший бік. Чим меншим буде значення U , тим краще. Якщо $U^M = 0$, то прогнозовані значення не містять зміщення і модель адекватна.

Величина U^S використовується для тестування динамічних властивостей моделі, тобто, чи відповідає її дисперсія дисперсії фактичного ряду. Наприклад, модель може відтворювати систематично менші коливання ніж ті, які має фактичний ряд. Чим меншим буде значення U^S , тим меншим буде відхилення дисперсії виходу моделі від дисперсії ряду.

На кінець, складова, пропорційна коваріації, є мірою корельованості фактичного і прогнозованого за моделлю ряду. Зазначимо, що за побудовою $U^M + U^S + U^C = 1$.

2.7 Висновки до розділу 2

Проведено огляд існуючих методів прогнозування часових рядів, серед яких авторегресійні методи, метод групового врахування аргументів (МГВА) та метод пошуку подібних траєкторій.

Перевагою методу МГВА є те, що його можна застосовувати навіть коли кількість вибірки менша за кількість вхідних параметрів. Також метод дозволяє побудувати об'єктивну модель без потреби задавання структури моделі. Недоліком МГВА відзначена ресурсоемність цього методу, яка не дозволяє його застосувати в широкому колі задач. Як правило, цей метод застосовують, коли кількість вхідних змінних досить велика.

Метод пошуку подібних траєкторій потребує повної перебудови моделі при зміні будь-якого параметру. Однак, на довгих рядах він може надати достатньо якісний прогноз без значних ресурсоемних обчислень.

Перевага моделі АРКС порівняно з моделлю АР складається в більшій точності прогнозування. Недоліком є більша трудомісткість та менша точність оцінювання параметрів моделі. Недоліком АРКС являється те, що потрібно самому обирати модель, а позитивним є те, що моделі не дуже складні.

РОЗДІЛ 3

СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ КУРСУ АКЦІЙ

Вступ

Системи підтримки прийняття рішень (СППР) виникли на початку 70-х років минулого століття завдяки дальшому розвитку управлінських інформаційних систем і являють собою системи, розроблені для підтримки процесів прийняття рішень менеджерами за складних слабоструктурованих умов.

Досі немає єдиного визначення СППР. Наприклад, під СППР розуміють «інтерактивну прикладну систему, яка забезпечує кінцевим користувачам, котрі приймають рішення, легкий і зручний доступ до даних і моделей з метою прийняття рішень у напівструктурованих і неструктурованих ситуаціях з різних галузей людської діяльності». Відомі й інші означення, зокрема: «СППР — це такі системи, які ґрунтуються на використанні моделей і процедур з оброблення даних та думок, що допомагають керівникові приймати рішення»; «СППР — інтерактивні автоматизовані системи, що допомагають особам, які приймають рішення, використовувати дані і моделі для розв'язання неструктурованих і слабоструктурованих проблем»; «СППР — комп'ютерна інформаційна система, використовувана для підтримки різних видів діяльності під час прийняття рішень у ситуаціях, де неможливо або небажано мати автоматичну систему, яка повністю виконує весь процес створення рішень». Нарешті, існує твердження, згідно з яким СППР являє собою специфічний і добре описуваний тип систем на базі персональних комп'ютерів. Таке розмаїття

означень систем підтримки прийняття рішень спричинене широким діапазоном різних форм, розмірів і типів СППР.

Для створення СППР застосовувалась мова програмування C#. Мова програмування C# є об'єктно-орієнтованим засобом програмування, що дозволяє представити розроблені алгоритми у вигляді ієрархії класів з наслідуваними властивостями та методами. Це, в свою чергу, дає можливість одержати найбільш ефективну структуру алгоритмів, забезпечує підвищену надійність розроблювального програмного продукту, та зручність його подальшого супроводу.

Оскільки для роботи методу МНК необхідно працювати з матрицями, то спеціально був розроблений модуль який представляє собою набір процедур для роботи з матрицями та лінійними рівняннями.

На теперішній час більшість людей користується саме операційними системами класу Windows, тому було прийнято рішення розробляти СППР з використанням форм та іконок. Це спрощує роботу користувачу, робить зайвим запам'ятовування безлічі команд для виконання певних дій, представляє отримані результати більш наглядно.

3.1 Технічні вимоги

Для роботи програмного продукту необхідна наявність персонального комп'ютера з наступними характеристиками:

- операційна система Windows 98/2000/NT/XP;
- тактова частота процесора не менше 500 МГц;
- 20 Мбайт вільного місця на жорсткому диску для програмних модулів системи та 1 Мбайт для навчальних даних;
- оперативна пам'ять розміром 256 Мбайт і більше;

- пристрій для забезпечення безперебійної роботи комп'ютера для можливості автономної роботи програми;
- клавіатура та комп'ютерна мишка;
- інсталяція .NET Framework версії не нижче за SMТ. Розроблена система не потребує особливої конфігурації системи. А файл для встановлення СППР додається на диску до дипломної роботи.

3.2 Інструкція з експлуатації інформаційно-аналітичної системи

Робота з усіма елементами інтерфейсу є стандартною для програмного забезпечення, що працює на платформі MS Windows. Усі можливі не коректні введення даних коректно обробляються системою та попереджують користувача.

Основний робочий екран має структуру наведену на Рис. 3.Р

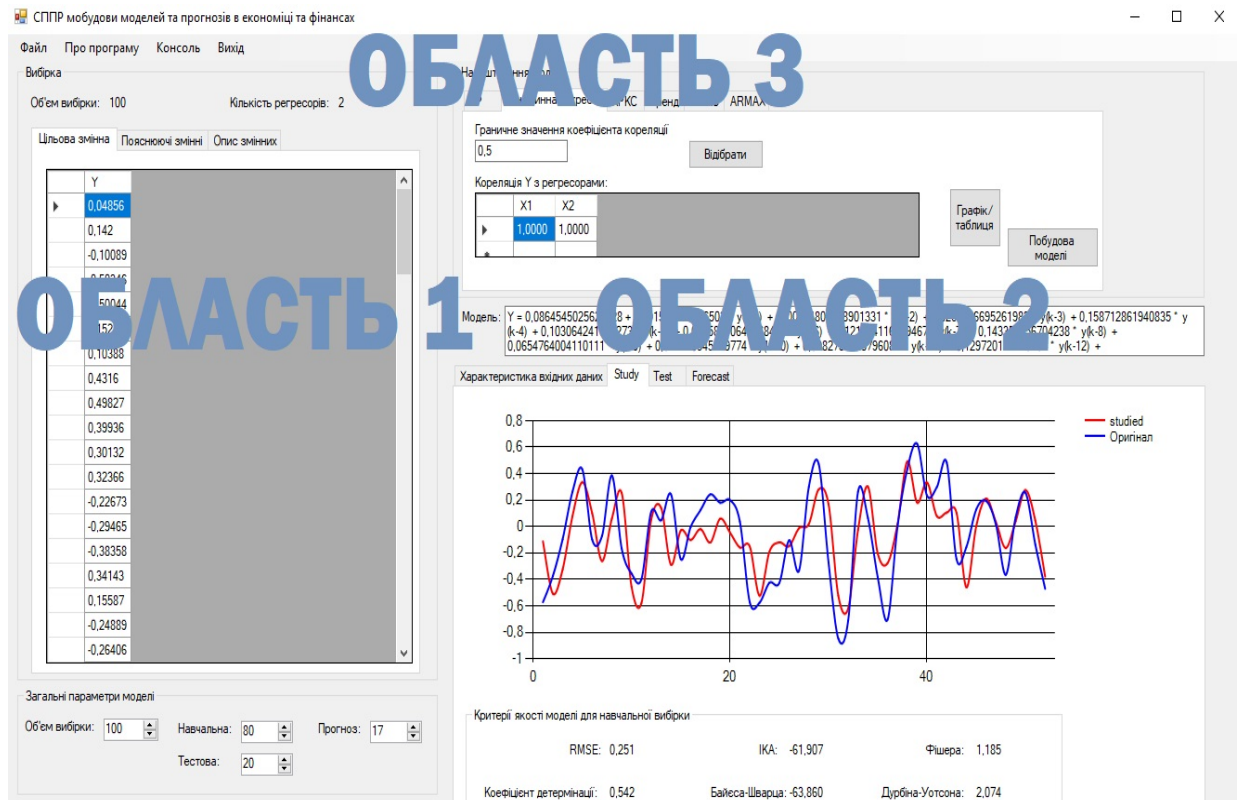


Рис. 3.Р Структура головного екрану

Основний робочий екран надає можливість працювати з:

Вхідними даними – «Область 1» на Рис. 3. Вхідні дані представлені у вигляді плоскої таблиці з числовими даними, які можна корегувати, видаляти та додавати.

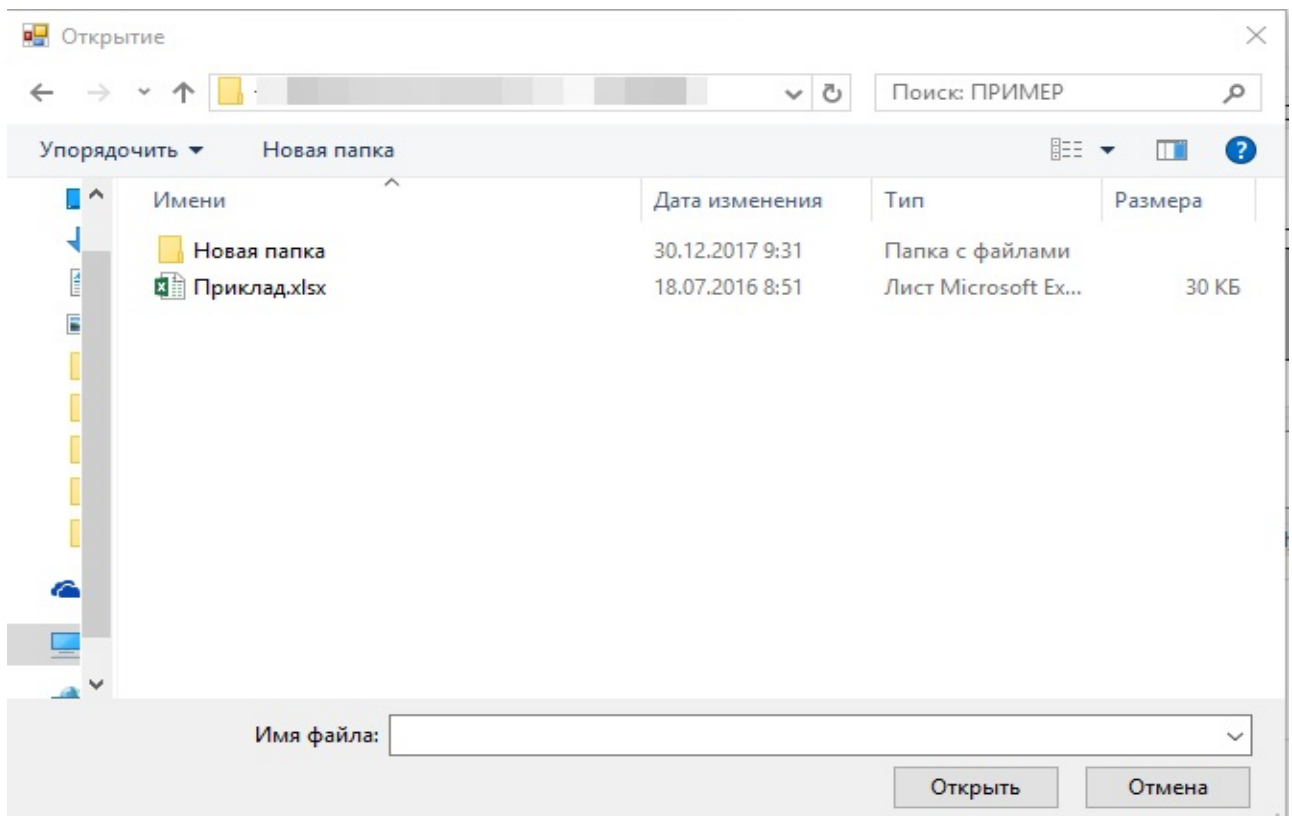
– Результати побудови моделі та прогнозування – «Область 2». Результати представлені у вигляді графіків, числових значень та звітів. Виконання короткострокового прогнозування на основі емпіричної вибірки даних. Детальніше описано

– Інструментарієм («Область 3») для: завантаження даних, запуску виконання прогнозування, зберігання результатів, настройки параметрів тощо.

В області відображення результатів побудови моделі («Область 2») є список ракурсів, які відображають певну інформацію щодо моделі та прогнозу.

3.2.1 Формат вхідних даних

Для завантаження даних використовується «Майстер імпорту», який дозволяє завантажувати текстовий файл `? 1 r?d° !@`. Для виклику майстра необхідно перейти по головному меню: `→ ? .`



3.2.2 Результати побудови моделі та прогнозування

Область результатів моделювання представляє собою набір графіків та показників, які характеризують точність побудованої моделі. До них належать:

- Графік побудованої моделі та цільової функції, за допомогою якого можна наочно оцінити якість побудованої моделі (Рис. 3.РР).
- Статистичні показники якості моделі та прогнозу (Рис. 3.РQ).
- Графік короткострокового прогнозу (Рис. 3.РR)
- Результати прогнозування у вигляді числових значень

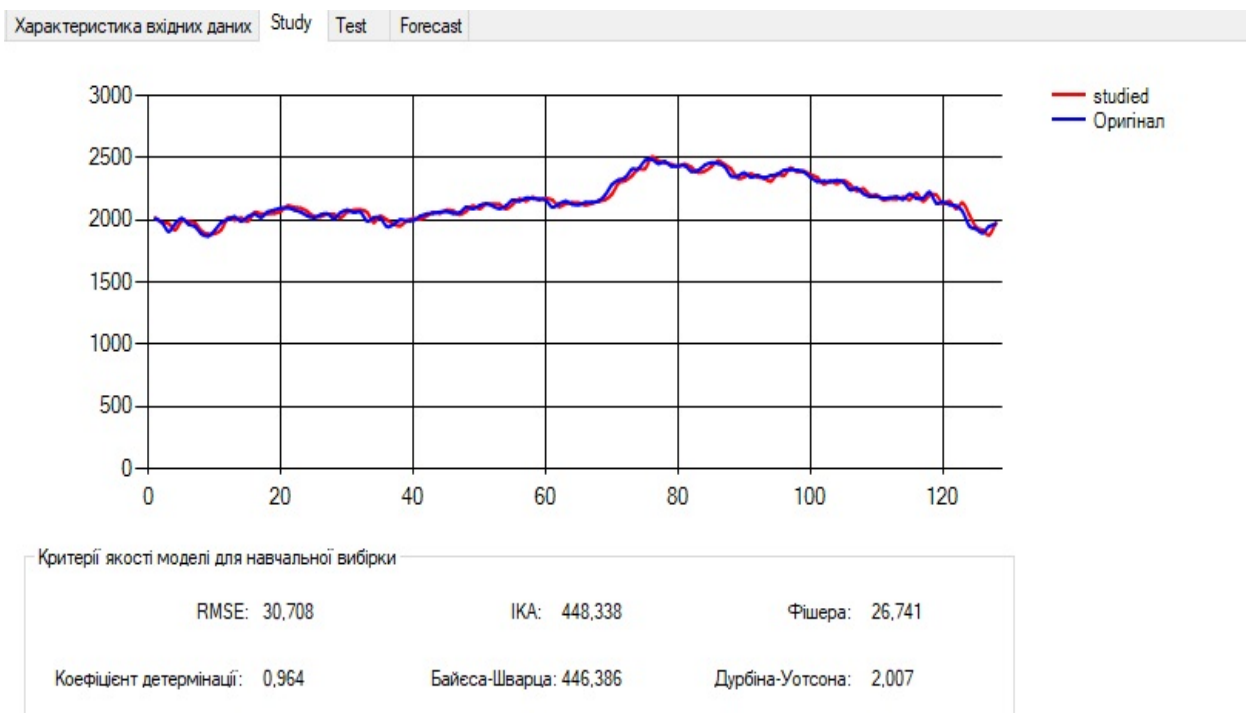


Рис. 3.РР Графік побудованої моделі та цільової функції



Рис. 3.PQ Статистичні показники якості моделі

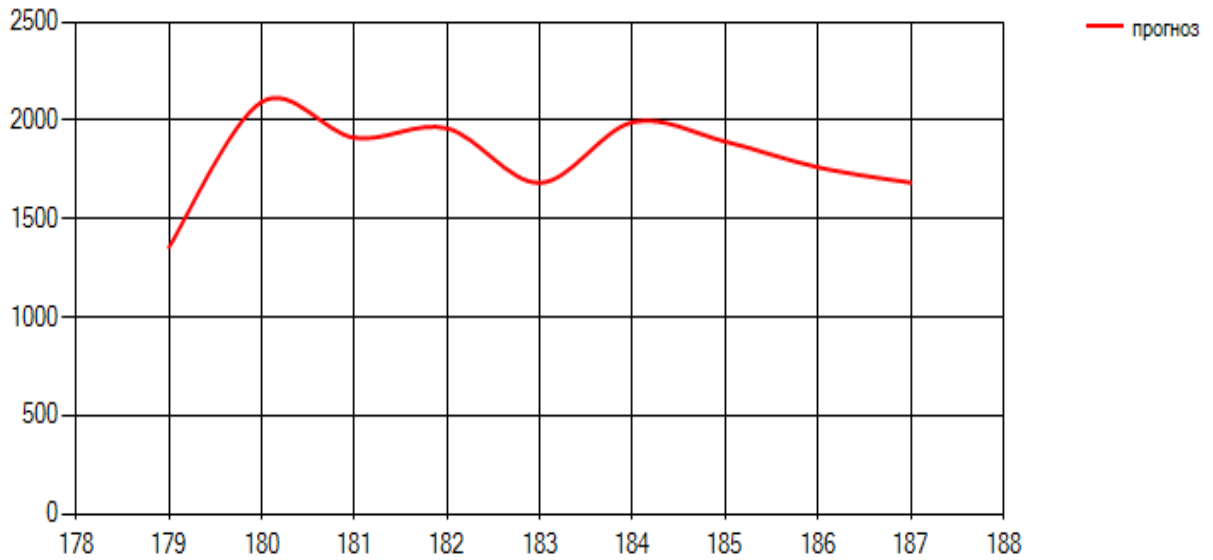


Рис. 3.PR?Короткостроковий прогноз

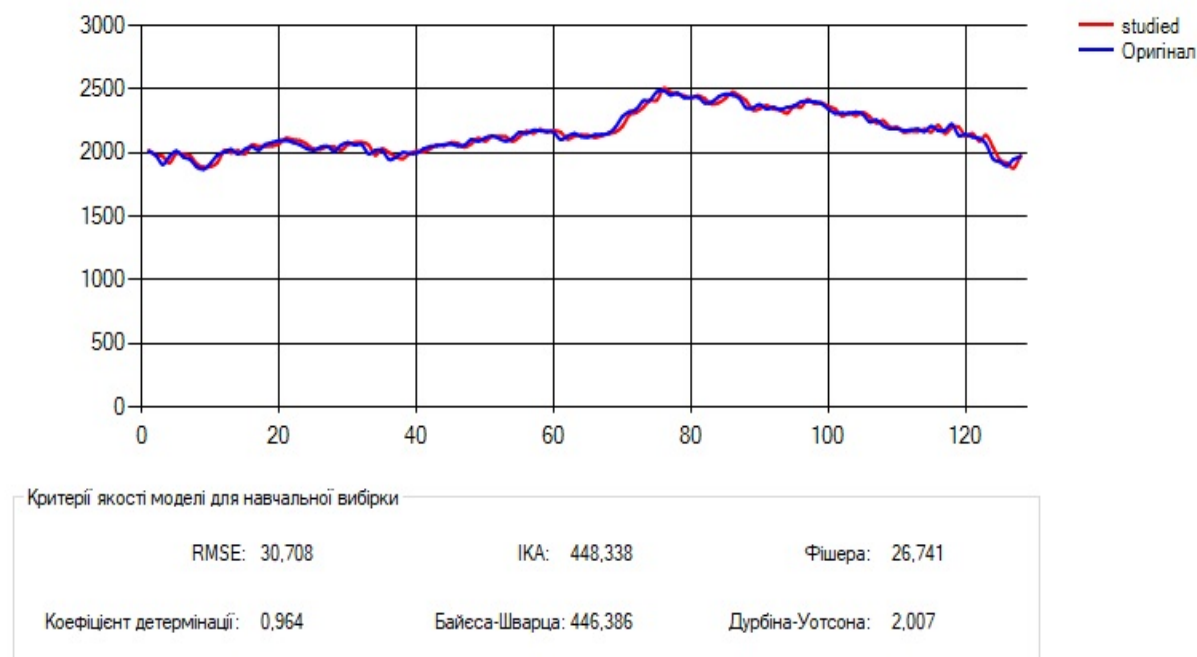
До параметрів відносяться:

- σ ?
- Розмірність перевірконої вибірки n ? ?
- μ ? ? ? ?
- σ ? ? ? ?

Після установки параметрів слід натиснути кнопку « ? » для обчислення моделі (Рис. 3.1S).

3.4.1 Прогнозування

Для прогнозування необхідно вибрати пункт « $\mu \pm \sigma$ » зі списку на екрані відображення результатів (?RMP).



Після завантаження, або введення даних вручну необхідно виконати прогнозування. Для цього слід натиснути кнопку *Побудувати* *?* *?*автоматично побудує прогноз та розрахує показники якості прогнозу:

Рис. 3.21 Показники якості прогнозу

3.5 Контрольні приклади перевірки якості роботи системи

3.5.1 Контрольний приклад № 1

В якості контрольного прикладу візьмемо згенеровані дані за формулою:

$$y(k) = -0.9y(k-1) + 0.7y(k-2) + 0.9y(k-3),$$

з початковими умовами $y(1) = 3.4$, $y(2) = 3.6$, $y(3) = 3.5$

Таблиця 3.1

Дані для контрольного прикладу №1.

Y(k-3)	Y(k-2)	Y(k-1)	Y
3,4	3,6	3,5	2,43
3,6	3,5	2,43	3,5
3,5	2,43	3,5	1,7
2,43	3,5	1,7	3,11
3,5	1,7	3,11	1,54
1,7	3,11	1,54	2,32
3,11	1,54	2,32	1,79
1,54	2,32	1,79	1,4
2,32	1,79	1,4	2,08
1,79	1,4	2,08	0,72
1,4	2,08	0,72	2,07
2,08	0,72	2,07	0,51
0,72	2,07	0,51	1,63

Рис. 3.22 Графіки цільової функції та побудованої моделі для прикл. № 1

Рис. 3.23 Графік зменшення суми квадратів помилок для прикл. № 1

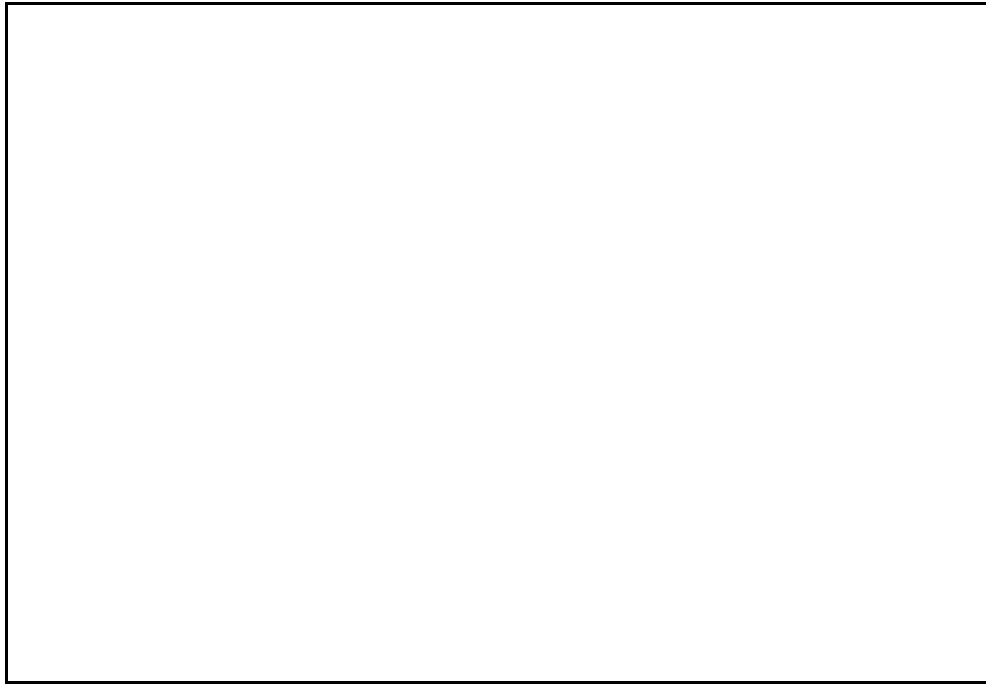


Рис. 3.24 Статистичні показники якості побудови моделі для прикл. № 1

Як видно з Рис. 3.22 СППР досить точно побудувала лінійну модель для даних з Таблиця 3.1. На Рис. 3.24 видно, що коефіцієнти моделі були підібрані досить точно. А коефіцієнти Дарбіна-Уотсона та Тейла лише підтверджують те, що модель відповідає вхідній функції.

3.5.2 Контрольний приклад № 2

Розглянемо функцію від трьох змінних за наступним законом:

$$y(k) = 0.4 + 0.5 \cdot x_1^2(k) - x_1(k) \cdot x_2(k) + 0.3 \cdot x_2(k) - 0.1 \cdot x_2(k) \cdot x_3(k) + 0.2 \cdot x_2^2(k)$$

Вибірка даних для контролю наведена в Таблиця 3.2.

Таблиця 3.2

Дані для контрольного прикладу № 2

X1	X2	X3	Y
0,4	0,2	0,1	0,466
-1	0	0,3	0,900
1,1	0,9	0,5	0,402
0,6	-0,2	-0,4	0,640
-0,3	0,3	0,1	0,640
0,4	0,3	-0,1	0,471
0,2	0,1	0	0,432
-0,4	-0,2	-0,2	0,344
0,7	0,8	1,2	0,357
0,5	0,4	0,5	0,457
-0,1	-0,3	0,3	0,312
-0,2	0,3	0,8	0,564
0,9	0,6	0,8	0,469
0,3	0,7	-0,2	0,557
0,1	-0,4	0,3	0,369
0	-0,5	0,4	0,320

Рис. 3.25 Графіки цільової функції та побудованої моделі для прикл. № 2

Рис. 3.26 Графік зменшення середньо квадратичної помилки для прикл. № 2

Средне квадратическая ошибка (RMSE):	0.007438
Средняя ошибка (ME):	0
Средняя процентная ошибка (MPE):	-0.00051
Процентная абсолютная ошибка (MAPE):	0.012472
Коэффициент Дарбина-Уотсона (DW):	2.210544
Коэффициент неравенства Тейла (U):	0.039507

Рис. 3.27 Статистичні показники якості побудови моделі для прикл. № 2

3.6 Висновки до розділу 3

Створена СППР в рамках даної дипломної роботи, призначена прогнозування різних економічних та технічних процесів на основі емпіричної вибірки даних, вчасності часового ряду курсу акцій. Дана інформаційно-аналітична система в своїй основі використовує метод групового врахування аргументів.

Запропонована СППР задовольняє основним характеристикам СППР: використовує дані і моделі; призначена для надання допомоги ОПР при прийнятті рішень для структурованих та неструктурованих задач; підтримує, а не замінює рішення, що приймаються ОПР; мета застосування створеної системи – підвищення якості та ефективності рішень.

РОЗДІЛ 4

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРОГНОЗУВАННЯ

Побудуємо математичні моделі динаміки для ціни акцій компанії ВАТ «Мотор Січ». В якості незалежних змінних використовуються часові ряди індексу ПФТС та курсу долара. Дані наведені в додатку Б.

Позначимо фактори та прогнозуючу величину наступним чином:

y – ціна акції в гривнях;

$pfts$ – індекс ПФТС

usd – курс долара США в гривнях.

Для побудови авторегресійних рівнянь, автокореляційних функцій та кореляційної матриці використовувалась програма Eviews 3.1.

Кореляційна матриця дозволяє встановити зв'язок залежної змінної з незалежними. В таблиці 4.1 наведена кореляційна матриця.

Таблиця 4.1

Кореляційна матриця між факторами та вихідним сигналом

	y	$pfts$	usd
y	1	0,9855	-0,5977
$pfts$	0,9855	1	-0,6869
usd	-0,5977	-0,6869	1

Оскільки між y та $pfts$, usd кореляція по модулю більше за 0.5, то можна стверджувати, що між ними існує сильний зв'язок.

4.1 Регресійні моделі

4.1.1 Авторегресія

Розглянемо можливість описання курсу акцій за допомогою моделі авторегресії. Авторегресійні моделі самі прості за своєю структурою, але досить часто вони мають високу ступінь адекватності досліджуваному процесу. Автокореляційна функція процесу наведена в таблиці 4.1.

Таблиця 4.2

Автокореляційна функція процесу ціноутворення акцій

АКФ	Часткова АКФ		АС	РАС	Q-Stat	Prob
			0.991	0.991	312.58	0.000
			0.982	-0.053	620.23	0.000
			0.972	-0.019	922.81	0.000
			0.962	-0.035	1220.0	0.000
			0.952	0.002	1511.9	0.000
			0.942	-0.016	1798.4	0.000
			0.931	-0.004	2079.5	0.000
			0.920	-0.029	2355.1	0.000
			0.910	0.017	2625.4	0.000
			0.900	0.005	2890.4	0.000
			0.890	0.002	3150.5	0.000
			0.879	-0.037	3405.2	0.000

Як бачимо, основний внесок в модель авторегресії вносить попереднє значення, тобто спочатку краще розглянути модель авторегресії першого порядку.

Результати оцінювання моделі авторегресії першого порядку за допомогою методу найменших квадратів наведені в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3

Результати оцінювання моделі AP(1)

Метод оцінювання: метод найменших квадратів				
Використано спостережень: 309 після корегування				
$Y=C(1)+C(2)*Y(-1)$				
	Оцінки коеф-в	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.224988	2.400593	0.093722	0.9254
C(2)	0.994486	0.002573	386.4909	0.0000
R-квадрат	0.997916	Середнє залежної змінної		775.4959
Скорегований R-квадрат	0.997909	Станд. відхил. зал. змінної		511.0340
Станд. похибка регресії	23.36843	Інформ. критерій Акайке		9.146998
Сума квадратів похибок	170378.1	Критерій Шварца		9.170880
		Стат. Дарбіна-Уотсона		1.632336

Отримана модель AP(1):

$$y(k) = 0,225 + 0,9945 \cdot y(k-1) + e(k),$$

де $e(k)$ – залишки (похибки) моделі, значення яких можна знайти у відповідному файлі пакету програм, що використовується для побудови моделі. Статистичні характеристики моделі:

$$R^2 = 0,9979; \quad MSE = СКП = 170378,1; \quad DW = 1,6323$$

Коефіцієнт детермінації має досить високе значення (0,9979), але сума квадратів похибок досить висока (170378,1), і статистика Дарбіна-Уотсона (1,6323) свідчить про те, що побудована модель не є найкращою. Таким чином, загалом адекватність моделі AP(1) досить низька, а тому структура моделі потребує уточнення.

В таблиці 4.4 наведені результати оцінювання авторегресійної моделі AP(3). Всі три коефіцієнти моделі значимі.

Таблиця 4.4

Результати оцінювання моделі AP(3)

Метод оцінювання: метод найменших квадратів				
Використано спостережень: 307 після корегування				
$Y=C(1)+C(2)*Y(-1)+C(3)*Y(-2)+C(4)*Y(-3)$				
	Оцінки коеф-в	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.759561	2.376025	0.319677	0.7494
C(2)	1.163371	0.056865	20.45856	0.0000
C(3)	-0.100117	0.087103	-1.149401	0.2513
C(4)	-0.068309	0.056538	-1.208183	0.2279
R-квадрат	0.997957	Середнє залежної змінної		769.4494
Скорегований R-квадрат	0.997937	Станд. відхил. зал. змінної		507.0274
Станд. похибка регресії	23.02927	Інформ. критерій Акайке		9.124147
Сума квадратів похибок	163346.9	Критерій Шварца		9.172134
		Стат. Дарбіна-Уотсона		1.995280

Отримана модель AP(3):

$$y(k) = 0,7595 + 1,1634 \cdot y(k-1) - 0,1 \cdot y(k-2) - 0,0683 \cdot y(k-3) + e(k),$$

Для цієї моделі майже не спостерігається зміна коефіцієнта детермінації, проте зменшилася сума квадратів похибок до 163346,9. Також слід зауважити, що покращилася статистика Дарбіна-Уотсона: від 1,6323 до 2,0252.

Розглянемо характеристики моделей вищого порядку. В таблиці 4.5 наведені результати оцінювання моделі AP(7).

Таблиця 4.5

Результати оцінювання моделі AP(7)

Метод оцінювання: метод найменших квадратів				
Використано спостережень: 303 після корегування				
$Y=C(1)+C(2)*Y(-1)+C(3)*Y(-2)+C(4)*Y(-3)+C(5)*Y(-4)+C(6)*Y(-5)+C(7)*Y(-6)+C(8)*Y(-7)$				
	Оцінки коеф-в	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.966300	2.394866	0.403488	0.6869
C(2)	1.171735	0.057752	20.28921	0.0000
C(3)	-0.105148	0.088689	-1.185572	0.2367
C(4)	-0.073872	0.087834	-0.841038	0.4010
C(5)	-0.115986	0.087725	-1.322164	0.1871
C(6)	0.214327	0.088039	2.434462	0.0155
C(7)	-0.114112	0.088659	-1.287089	0.1991
C(8)	0.017405	0.057332	0.303573	0.1617
R-квадрат	0.997916	Середнє залежної змінної		756.8123
Скорегований R-квадрат	0.997868	Станд. відхил. зал. змінної		497.9243
Станд. похибка регресії	22.99169	Інформ. критерій Акайке		9.133774
Сума квадратів похибок	158585.4	Критерій Шварца		9.230659
		Стат. Дарбіна-Уотсона		1.996617

Отримана модель AP(7):

$$y(k) = 0,9663 + 1,1717 \cdot y(k-1) - 0,105 \cdot y(k-2) - 0,074 \cdot y(k-3) - 0,116 \cdot y(k-4) + 0,214 \cdot y(k-5) - 0,1141 \cdot y(k-6) + 0,017 \cdot y(k-7) + e(k)$$

Порівнюючи результати AP(3) та AP(7), можна сказати, що коефіцієнт детермінації майже не змінився; сума квадратів похибок зменшилась, а статистика Дарбіна-Уотсона покращилась до 1,9966.

Результати оцінювання моделі 12-го порядку наведені у таблиці 4.5.

Таблиця 4.6

Результати оцінювання моделі AP(12)

Метод оцінювання: метод найменших квадратів				
Використано спостережень: 298 після корегування				
$Y=C(1)+C(2)*Y(-1)+C(3)*Y(-2)+C(4)*Y(-3)+C(5)*Y(-4)+C(6)*Y(-5)+C(7)*Y(-6)+C(8)*Y(-7)+C(10)*Y(-9)+C(11)*Y(-10)+C(12)*Y(-11)+C(13)*Y(-12)$				
	Оцінки коеф-в	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	182.3155	2.412156	0.442150	0.6587
C(2)	1.168800	0.058285	20.05319	0.0000
C(3)	-0.096316	0.089536	-1.075716	0.2829
C(4)	-0.081135	0.089494	-0.906596	0.3654
C(5)	-0.105442	0.089351	-1.180082	0.2389
C(6)	0.197192	0.089569	2.201565	0.0285
C(7)	-0.116966	0.090061	-1.298752	0.1951
C(8)	0.105238	0.090051	1.168655	0.2435
C(10)	-0.133414	0.089282	-1.494297	0.1362
C(11)	0.098238	0.089439	1.098381	0.2729
C(12)	0.075459	0.089379	0.844266	0.3992
C(13)	-0.095329	0.057534	-1.656914	0.0986
R-квадрат	0.997891	Середнє залежної змінної		741.9116
Скорегований R-квадрат	0.997804	Станд. відхил. зал. змінної		488.1414
Станд. похибка регресії	22.87748	Інформ. критерій Акайке		9.140140
Сума квадратів похибок	151780.0	Критерій Шварца		9.299475
		Стат. Дарбіна-Уотсона		1.979907

Коефіцієнт детермінації трохи погіршився, та статистика Дарбіна-Уотсона теж погіршилася, але сума квадратів похибок зменшилася.

Таким чином можна зробити висновок, що процес формування ціни акції може бути описаний моделлю авторегресії AP(3) з високим ступенем адекватності.

4.1.2 Авторегресійна модель з ковзним середнім

Розглянемо можливість описання ціни акцій за допомогою моделі АРКС. Характеристики моделі АРКС(1,1) наведені у таблиці 4.7.

Таблиця 4.7

Результати оцінювання моделі АРКС(1,1)

Метод оцінювання: метод найменших квадратів				
Використано спостережень: 314 після корегування				
	Оцінки коеф-в	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	80.21198	440.1417	0.182241	0.8555
AR(1)	0.994198	0.002945	337.5519	0.0000
MA(1)	0.159348	0.056048	2.843040	0.0048
R-квадрат	0.997976	Середнє залежної змінної		775.4959
Скорегований R-квадрат	0.997963	Станд. відхил. зал. змінної		511.0340
Станд. похибка регресії	23.06731	Інформ. критерій Акайке		9.124219
Сума квадратів похибок	165483.4	Критерій Шварца		9.160041
		Стат. Дарбіна-Уотсона		1.970222

Ця модель є кращою за модель АР(1). Статистичні характеристики показують, що модель є більш адекватною. Але розглянемо ще модель АРКС(7,4).

Порівнюючи з моделлю АР(7) можна побачити, що коефіцієнт детермінації трохи збільшився з 0.9979 до 0.9980; статистика Дарбіна-Уотсона трохи зменшилася з 1.9966 до 1.9928; сума квадратів похибок зменшилася.

Таблиця 4.8

Результати оцінювання моделі АРКС(7,4)

Метод оцінювання: метод найменших квадратів				
Використано спостережень: 308 після корегування				
	Оцінки коеф-в	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	191.0735	329.0311	0.580716	0.5619
AR(1)	0.157950	0.319195	0.494837	0.2211
AR(2)	-0.326188	0.233551	-1.396645	0.1636
AR(3)	0.951537	0.128757	7.390186	0.0000
AR(4)	0.032477	0.276308	0.117540	0.3065
AR(5)	0.180680	0.241046	0.749567	0.2541
AR(6)	-0.167688	0.064804	-2.587600	0.0101
AR(7)	0.145786	0.076643	1.902157	0.0581
MA(1)	1.039707	0.321486	3.234070	0.0014
MA(2)	1.493023	0.448322	3.330250	0.0010
MA(3)	0.548354	0.455877	1.202854	0.2300
MA(4)	0.252503	0.288875	0.874089	0.3828
R-квадрат	0.998075	Середнє залежної змінної		756.8123
Скорегований R-квадрат	0.998003	Станд. відхил. зал. змінної		497.9243
Станд. похибка регресії	22.24913	Інформ. критерій Акайке		9.080665
Сума квадратів похибок	146527.1	Критерій Шварца		9.225993
		Стат. Дарбіна-Уотсона		1.992879

Отже, як бачимо для моделі АРКС(7,4) маємо найкращі статистичні показники якості моделі.

4.1.3 Модель авторегресії ковзного середнього з незалежними змінними

Розглянемо модель ARMAX(3,0,1), яка залежить від курсу валют *usd*. Причому включимо незалежну змінну з 8-им лагом.

Таблиця 4.9

Результати оцінювання моделі ARMAX(3,0,1)

Метод оцінювання: метод найменших квадратів				
Використано спостережень: 308 після корегування				
	Оцінки коеф-в	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-513.6246	831.3822	-0.617796	0.5372
AR(1)	1.150714	0.058156	19.78681	0.0000
AR(2)	-0.103687	0.088587	-1.170454	0.2428
AR(3)	-0.050883	0.057808	-0.880210	0.1795
USD(-8)	57.69997	36.07796	1.599314	0.1108
R-квадрат	0.997821	Середнє залежної змінної		750.3920
Скорегований R-квадрат	0.997791	Станд. відхил. зал. змінної		492.1705
Станд. похибка регресії	23.12961	Інформ. критерій Акайке		9.136686
Сума квадратів похибок	157283.8	Критерій Шварца		9.198566
		Стат. Дарбіна-Уотсона		1.979266

Модель ARMAX1 має вигляд:

$$y(k) = -513,6246 + 1,1507 \cdot y(k-1) - 0,1037 \cdot y(k-2) - 0,0508 \cdot y(k-3) + 57,7 \cdot usd(k-8)$$

Якщо порівняти з моделлю авторегресії третього порядку, то спостерігається покращення характеристик.

Тепер побудуємо модель ARMAX(5,2,3), де в якості незалежних змінних виступають курс валют (*usd*) та індекс ПТФС(*pfts*).

Модель ARMAX2 має вигляд:

$$y(k) = -1135,238 - 0,147 \cdot y(k-1) + 0,3062 \cdot y(k-2) + 0,77 \cdot y(k-3) + 0,059 \cdot y(k-5) + 0,2276 \cdot pfts(k-1) + 53,7115 \cdot usd(k-1) + 48,2688 \cdot usd(k-8)$$

Таблиця 4.10

Результати оцінювання моделі ARMAX(5,2,3)

Метод оцінювання: метод найменших квадратів				
Використано спостережень: 308 після корегування				
	Оцінки коеф-в	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1135.238	1134.874	-1.000321	0.3180
AR(1)	-0.147045	0.085633	-1.717160	0.0870
AR(2)	0.306183	0.090440	3.385460	0.0008
AR(3)	0.770069	0.071880	10.71324	0.0000
AR(5)	0.059216	0.059352	0.997713	0.3193
MA(1)	-0.167688	0.064804	-2.587600	0.0101
MA(2)	0.145786	0.076643	1.902157	0.0581
UАН(-1)	53.71152	32.91900	1.631627	0.1039
UАН(-8)	48.26882	32.91944	1.466271	0.1437
PFTS(-1)	0.227608	0.107235	2.122508	0.0347
R-квадрат	0.997845	Середнє залежної змінної		744.4956
Скорегований R-квадрат	0.997777	Станд. відхил. зал. змінної		488.5214
Станд. похибка регресії	23.03162	Інформ. критерій Акайке		9.144703
Сума квадратів похибок	152240.7	Критерій Шварца		9.269071
		Стат. Дарбіна-Уотсона		1.781880

4.2 Модель методом групового врахування аргументів

Побудована модель:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & 0,6845 + 1,1677 \cdot y(k-1) - 0,1444 \cdot y(k-2) - 0,0119 \cdot y(k-3) + \\
 & + 0,0046 \cdot y(k-4) - 0,001 \cdot y(k-5) - 0,0838 \cdot y(k-6) + 0,1389 \cdot y(k-7) + \\
 & + 0,005 \cdot y(k-8) - 0,0797 \cdot y(k-9)
 \end{aligned}$$

Має такі характеристики моделі та прогнозу:

Таблиця 4.11

Результати оцінювання моделі методом МГВА

Модель			
Станд. похибка регресії	23.283726	Стат. Дарбіна-Уотсона	1.998316
Сума квадратів похибок	157760.4	R-квадрат	0.997819
Однокроковий статичний прогноз			
СеКП	14.1607	САПП	3.1987
САП	15.14	Коефіцієнт Тейла	0.037665
Динамічний прогноз			
СеКП	23.1611	САПП	5.0621
САП	15.14	Коефіцієнт Тейла	0.063541

4.3 Порівняльний аналіз методів прогнозування

Таблиця 4.12

Результати статичного однокрокового прогнозування курсу акцій «Мотор Січ»

Час	Реальні значення	АР(1)	АР(3)	АР(7)	АР(12)	АРКС (1,1)	АРКС (7,4)	ARMAX1	ARMAX2	МГВА
311	400,00	391,84	394,19	394,42	392,48	393,59	397,34	393,66	394,73	393,60
312	405,00	412,73	417,66	419,82	420,72	416,27	419,76	416,84	413,08	416,84
313	406,00	397,81	397,47	395,68	399,87	395,33	395,55	396,94	396,47	397,33
314	415,00	403,77	404,54	403,74	404,31	405,61	404,48	404,33	401,28	407,39
315	426,00	412,73	415,43	413,76	412,14	414,35	416,11	414,83	415,77	414,68
Середня похибка		13,716	13,605	14,846	14,784	13,879	13,657	13,816	13,366	13,168

Таблиця 4.13

Характеристики моделі та статичного однокрокового прогнозування курсу акцій «Мотор Січ»

Тип моделі	Характеристики моделі			Характеристики прогнозу			
	R^2	$\sum e^2(k)$	DW	Se_{KII}	CAI	$CAIII$	Коеф-т Тейла
AP(1)	0,9979	170378	1,63	14,61	13,71	3,32	0,018
AP(3)	0,9979	163346	1,99	14,41	13,61	3,30	0,0176
AP(7)	0,9979	158585	1,99	15,49	14,85	3,61	0,019
AP(12)	0,9978	151780	1,97	16,00	14,78	3,59	0,0195
АРКС(1,1)	0,9980	165483	1,97	14,56	13,88	3,37	0,0178
АРКС(7,4)	0,9981	146527	1,99	14,28	13,65	3,32	0,0173
ARMAX1	0,9978	157283	1,97	14,56	13,81	3,35	0,0178
ARMAX2	0,9978	152240	1,98	13,89	13,36	3,24	0,017
МГВА	0,9979	157760	1,99	14,16	13,17	3,19	0,037

Результати обчислень, наведені в таблицях 4.12 і 4.13, свідчать про те, що кращою для статичного однокрокового прогнозування є модель ARMAX(5,1,3), яка має мінімальні значення всіх параметрів якості прогнозу. Графіки фактичних і прогнозованих значень наведені на Рис. 4.2.

Таблиця 4.14

Результати динамічного прогнозування курсу акцій «Мотор Січ»

Час	Реальні значення	AP(1)	AP(3)	AP(7)	AP(12)	АРКС (1,1)	АРКС (7,4)	ARMAX1	ARMAX2	МГВА
311	400,00	391,84	394,19	394,42	392,48	393,59	394,00	393,66	394,73	393,61
312	405,00	389,69	393,44	395,69	394,37	391,56	394,00	392,28	393,05	391,86
313	406,00	387,55	391,93	392,80	395,47	389,54	393,12	390,26	389,10	390,91
314	415,00	385,42	390,25	390,21	394,31	387,53	391,91	388,11	386,20	391,20
315	426,00	383,30	388,48	388,92	391,97	385,54	388,85	385,91	385,91	389,06
Середня похибка		24,839	20,741	19,992	18,680	22,850	20,023	22,356	22,601	21,071

Таблиця 4.15

Характеристики моделі та динамічного прогнозування курсу акцій «Мотор Січ»

Тип моделі	Характеристики моделі			Характеристики прогнозу			
	R^2	$\sum e^2(k)$	DW	$Se_{KП}$	$CAП$	$CAПП$	Коеф-т Тейла
AR(1)	0,9979	170378	1,63	27,13	24,84	5,97	0,034
AR(3)	0,9979	163346	1,99	23,21	20,74	4,97	0,029
AR(7)	0,9979	158585	1,99	22,83	19,99	4,79	0,028
AR(12)	0,9978	151780	1,97	21,15	18,68	4,48	0,026
АРКС(1,1)	0,9980	165483	1,97	25,27	22,85	5,49	0,0315
АРКС(7,4)	0,9981	146527	1,99	22,61	20,02	4,80	0,028
ARMAX1	0,9978	157283	1,97	24,87	22,35	5,37	0,031
ARMAX2	0,9978	152240	1,98	25,22	22,60	5,43	0,031
МГВА	0,9979	157760	1,99	23,16	21,07	5,06	0,064

Для динамічного прогнозування найкращою виявилась модель авторегресії 12 порядку.

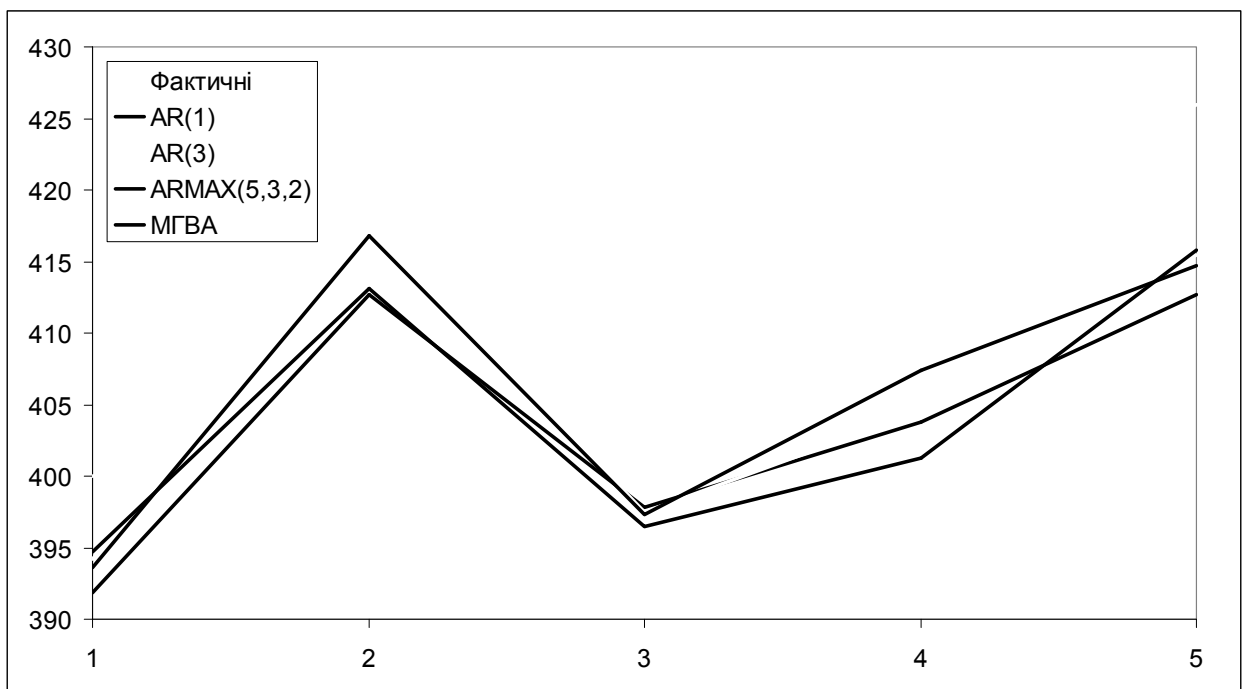


Рис. 4.1 Однокрокове статичне прогнозування

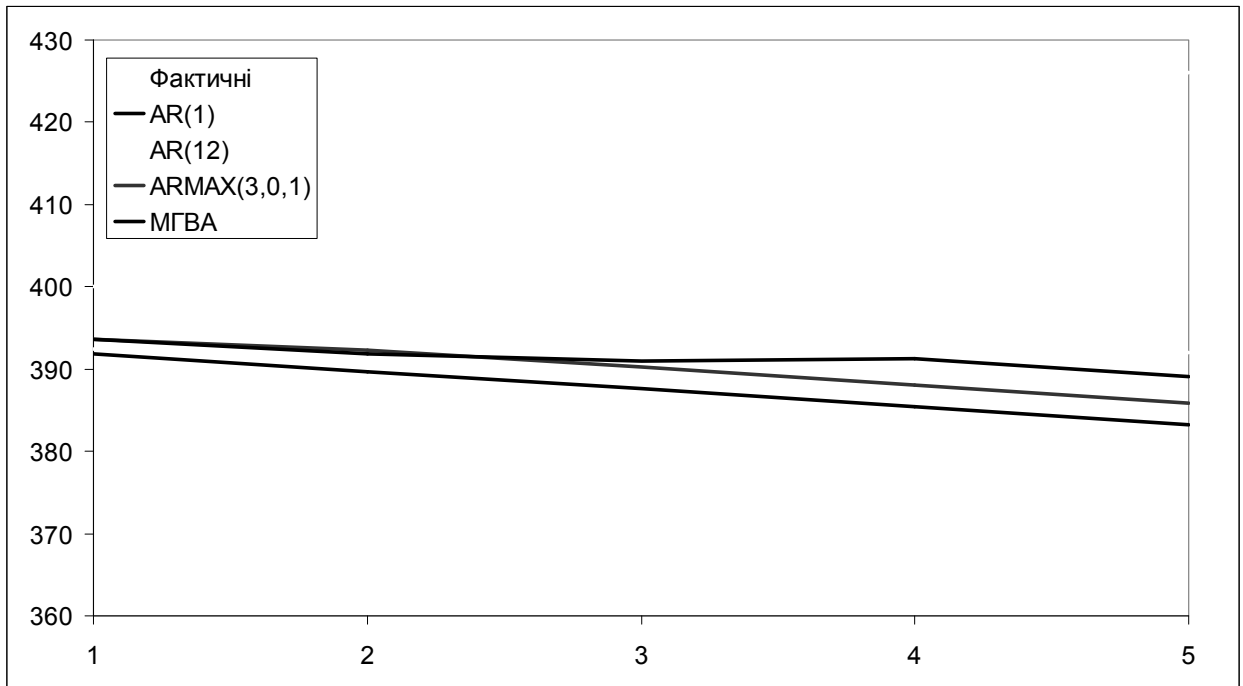


Рис. 4.2 Динамічне прогнозування курсу акцій

4.4 Висновки до розділу 4

В цьому розділі були розглянуті статистичні дані та визначені головні фактори, що впливають на ціноутворення акцій. Проведений порівняльний аналіз різних моделей для прогнозування курсу акції компанії ВАТ «Мотор Січ». Також в цьому розділі наведений практичний приклад застосування запропонованої СППР для аналізу та прогнозування.

При побудові моделі найкращі результати показала модель авторегресії сьомого порядку з ковзним середнім четвертого лагу. Ця модель має найменшу суму квадратів похибок рівною 146527, найкращий коефіцієнт детермінації 0.9981, та статистику Дарбіна-Уотсона 1.99. Але прогнозуючі якості моделі гірші за інші моделі.

Побудовано декілька моделей, і встановлено, що найкращою серед побудованих моделей для статичного прогнозування на один крок є модель ARMAX(5,2,3). Яка має найменшу середньоквадратичну похибку 13.89 та найменший коефіцієнт Тейла рівний 0.017.

При динамічному прогнозуванні на декілька кроків найкращі показники дала модель авторегресії 12-го порядку. Вона має найменші показники усіх критеріїв оцінки прогнозу: середньоквадратична похибка рівна 21.15; середня абсолютна похибка 18,68; коефіцієнт Тейла досягає рівня 0.026.

Необхідно відзначити, що метод МГВА дав досить непогані оцінки як для одно крокового статичного прогнозу, так і для динамічного. Тому може бути використаним в якості прогнозу курсу акцій з досить високою точністю.

ВИСНОВКИ

Дана робота присвячена аналізу, моделюванню та прогнозуванню курсу акцій за допомогою теорії регресійного аналізу та методу групового врахування аргументів. Для визначення коефіцієнтів АР рівнянь використовують метод МНК, а для визначення порядку рівняння застосовують АКФ та ЧАКФ.

У першому та другому розділах наведено теоретичні відомості щодо основ біржової торгівлі, методів технічного та фундаментального аналізу. Також, описано математичні методи, що використовуються для аналізу, моделювання та прогнозування курсу акцій на короткостроковий період.

В третьому розділі описана структура запропонованої системи підтримки прийняття рішення (СППР), яка дозволяє будувати моделі із використанням пояснюючих регресорів, які включаються до моделі з адекватними лагами.

В якості практичного прикладу застосування СППР в четвертому розділі розглянута задача аналізу та прогнозування курсу акцій на короткостроковий період для ВАТ «Мотор Січ». Проведений порівняльний аналіз з іншими методами регресії.

Найбільш адекватною моделлю для динамічного прогнозування на п'ять кроків являється модель авторегресії дванадцятого порядку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Мозговий О.М. *Фондовий ринок*. – К.: КНЕУ, 1999. – 316 с.
2. Калина А.В., Корнеев В.В., Кошечев А.А. *Рынок ценных бумаг*. – К. МАУР, 1999. – 256 с.
3. Павлов В. І., Пилипенко І. І., Кривов'язюк І. В. *Цінні папери в Україні: Навчальний посібник*. – Видання 2-ге, доповнене. – К.: Кондор, 2004. – 400 с.
4. Сохацька О.М. *Біржова справа: Підручник*. – Тернопіль: Карт-бланш, 2003. – 602 с.
5. Элдер А. *Основы биржевой торговли*. – М.: Клуб Форекс, 2002. – 156с.
6. Найман Э.Л. *Малая Энциклопедия Трейдера*. – К.: Альфа-капитал, Логос, 1997. – 391с.
7. Подмогильный Н. В., Бидюк П. И., Коваленко И. И., Слободенюк А. В. *Информационные технологии в моделировании экономических процессов переходного периода*. – К.: Такі справи, 2000. – 232 с.
8. Ситник В.Ф. *Системы підтримки прийняття рішень*. – К.: КНЕУ, 2004. – 614 с.
9. Лещинський О.Л. *Економетрія: Навч. посіб для студ. вищ. навч. закл.* – К.: МАУП, 2003. – 208 с.
10. Шор Я.Б. *Статистические методы анализа и контроля качества и надежности*. – М.: Госэнергоиздат, 1962. – С. 92-98.
11. Тихонов Э.Е. *Методы прогнозирования в условиях рынка: учебное пособие*. – Невинномысск, 2006. – 221 с.
12. Горелова В., Мельникова Е. *Основы прогнозирования систем*. – М.: Высшая школа, 1986. – 286 с.
13. Айвазян С.А. *Основы эконометрики (том 2)*. – М.: Юнити, 2001. – 442 с.

14. Бокс Дж., Дженкинс Г. *Анализ временных рядов. Прогноз и управление.* – М.: Мир, 1974. – 402 с.
15. Зайченко Ю.П. *Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах.* – К.: Слово, 2008. – 344 с.
16. Зайченко Ю. П. *Дослідження операцій: Підручник.* – 4-те вид., перероб. і допов. – К.: 2000. – 688 с.
17. Ivakhnenko A.G., Ivakhnenko G.A. *The Review of Problems Solvable by Algorithms of the Group Method of Data Handling (GMDH), Pattern Recognition and Image Analysis,* 1995. – Vol. 5, No. 4 – PP.527-535
18. Ивахненко А.Г., Степашко В.С. *Помехоустойчивость моделирования.* – К.: Наук. думка, 1985. – 216 с.
19. Зайченко Ю. П., Кебкал О.Г. *Нечіткий метод групового врахування аргументів та його застосування в задачах макроекономічних показників // Наукові вісті НТУУ КПІ, 2000. – №2 – С. 18-26.*
20. Снитюк В.Є. *Прогнозування. Моделі. Методи. Алгоритми.* – К.: Маклут, 2008. – 364 с.
21. Селін Ю.М. *Розробка системного підходу до прогнозування поведінки неперіодичних екологічних процесів з застосуванням модифікованого методу подібних траєкторій // Системні дослідження та інформаційні технології, 2006. – №3. – С. 56-62.*
22. Бідюк П.І. *Системний підхід до прогнозування на основі моделей часових рядів// Системні дослідження та інформаційні технології – 2003. – №3 – С. 88-110.*
23. Бідюк П.І., Савенков О.І., Баклан І.В. *Часові ряди: моделювання і прогнозування.* – К.:ЕКМО, 2003 – 144 с.
24. Бідюк П.І. *Методичні вказівки до виконання практичних робіт з проектування інформаційних комп'ютерних систем.* – Київ: НТУУ “КПІ”, 2004. – 115 с.

25. Microsoft Corporation. *Разработка Windows-приложений на Microsoft Visual Basic .NET и Microsoft Visual C# .NET. Учебный курс MCAD/MCSD/Пер.с англ.* – М.: Русская Редакция, 2003. – 512 с.

Додаток Б. Таблиця статистичних даних (перші 15 значення та останні 20 значень котирувань акції української компанії, індексу ПФТС та курсу долара США)

Таблиця Б.1

Курс акцій компанії ВАТ «Мотор Січ»

Номер п\п	Дата	Ціна акцій	Індекс ПФТС	Курс долару
1	09.01.2008	1 705,00	1 152,67	5,05
2	10.01.2008	1 720,00	1 161,93	5,05
3	11.01.2008	1 717,50	1 174,48	5,05
4	14.01.2008	1 735,00	1 187,16	5,05
5	15.01.2008	1 757,00	1 208,61	5,05
6	16.01.2008	1 742,00	1 196,20	5,05
7	17.01.2008	1 736,00	1 198,22	5,05
8	18.01.2008	1 728,00	1 184,91	5,05
9	21.01.2008	1 683,00	1 155,86	5,05
10	22.01.2008	1 648,00	1 114,37	5,05
11	23.01.2008	1 610,00	1 091,03	5,05
12	24.01.2008	1 630,00	1 126,98	5,05
13	25.01.2008	1 622,00	1 135,54	5,05
14	28.01.2008	1 600,00	1 109,24	5,05
15	29.01.2008	1 628,00	1 119,56	5,05
.....				
16	30.01.2008	1 629,00	1 117,31	5,05
17	31.01.2008	1 590,00	1 093,85	5,05
18	01.02.2008	1 609,00	1 107,34	5,05
19	04.02.2008	1 600,00	1 113,68	5,05
20	05.02.2008	1 549,50	1 097,22	5,05
21	06.02.2008	1 487,00	1 074,35	5,05
22	08.02.2008	1 385,00	1 062,12	5,05
23	11.02.2008	1 405,00	1 080,79	5,05
24	12.02.2008	1 443,00	1 087,87	5,05
25	13.02.2008	1 495,00	1 092,61	5,05
26	14.02.2008	1 525,00	1 100,10	5,05
27	15.02.2008	1 509,00	1 088,46	5,05
28	18.02.2008	1 514,50	1 098,50	5,05
29	19.02.2008	1 526,00	1 098,27	5,05
30	20.02.2008	1 532,00	1 100,63	5,05
31	21.02.2008	1 558,00	1 108,39	5,05
32	22.02.2008	1 530,00	1 107,07	5,05
33	25.02.2008	1 562,00	1 109,47	5,05
34	26.02.2008	1 574,50	1 109,79	5,05
35	27.02.2008	1 589,55	1 108,40	5,05