

## ЛЕКЦИЯ 12

### 4. Взаимодействие струи с преградой.

Если струя жидкости (например, вытекающей из отверстия или через насадок) встречает на своем пути твердую преграду, она оказывает на нее давление, силу которого обычно называют силой воздействия струи на преграду или силой удара струи. Значение этой силы зависит от средней скорости и размеров поперечного сечения струи жидкости, формы и размеров преграды и ее расположения по отношению к струе.

Указанное явление наблюдается на практике довольно часто, например, при ударе струи жидкости о лопатки активных гидравлических турбин и водяных колес, ударе струи, вытекающей из брандспойта, ударе волны о стенку набережной, в процессе бурения нефтяных скважин и др. Определение силы давления струи весьма важная практическая задача.

Рассмотрим общий случай удара струи жидкости о симметричную по отношению к струе неподвижную преграду, имеющую вид цилиндрической криволинейной поверхности (рис. 4.1).

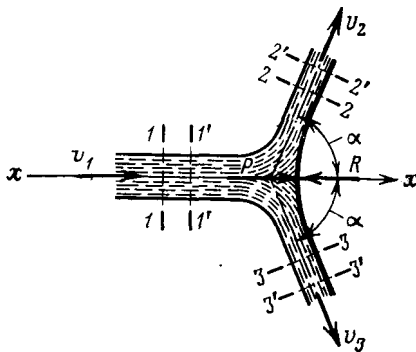


Рис.4.1. Взаимодействие струи с преградой

После удара струя растекается в противоположные стороны под углами  $\alpha$  к оси  $x$ , причем вследствие симметрии скорости и расходы в обоих направлениях можно считать одинаковыми. Выделим в струе некоторый объем жидкости, ограниченный сечениями  $1-1$ ,  $2-2$  и  $3-3$ . Пусть через весьма малый промежуток времени этот объем переместится в некоторое новое положение с граничными сечениями  $1'-1'$ ,  $2'-2'$  и  $3'-3'$ .

Для определения силы давления воспользуемся известной теоремой теоретической механики о проекции количества движения, в соответствии с которой изменение за время  $\Delta t$  проекции количества движения движущегося тела на ось  $s$  рав-

но сумме проекций импульсов действующих на него сил  $P_i$  за тот же промежуток времени:

$$\Delta(mv)_s = \sum (P_i \Delta t)_s,$$

Поскольку количество движения средней части рассматриваемых объемов жидкости, ограниченной сечениями  $1-1$ ,  $2-2$ ,  $3-3$ , при установившемся движении остается неизменным, его искомое изменение можно найти как разность количеств движений объемов, ограниченных сечениями  $2-2$  и  $2'-2'$ ,  $3-3$  и  $3'-3'$ , и объема  $1-1$ ,  $1'-1'$  обозначим массы жидкости в этих объемах  $m_1, m_2, m_3$ , средние скорости в сечениях  $1-1$ ,  $2-2$  и  $3-3$  соответственно  $v_1, v_2, v_3$  и примем за ось проекций горизонтальную ось  $x$ , совпадающую с осью симметрии.

Для нахождения проекции изменения количества движения на эту ось достаточно спроектировать на нее векторы количества движения объемов, ограниченных сечениями  $1-1$  и  $1'-1'$ ,  $2-2$  и  $2'-2'$ ,  $3-3$  и  $3'-3'$ . Получим

$$\Delta(mv)_x = m_2 v_2 \cos \alpha + m_3 v_3 \cos \alpha - m_1 v_1.$$

Ввиду того, что в рассматриваемом случае  $m_2 = m_3$  и  $v_2 = v_3$ , полученное выражение можно переписать следующим образом:

$$\Delta(mv)_x = 2m_2 v_2 \cos \alpha - m_1 v_1$$

Перейдем теперь к определению суммы проекций импульсов сил, действующих на струю за тот же промежуток времени. В выражение для этой суммы войдет проекция импульса только одной силы — силы реакции поверхности  $R$ . Остальные силы либо взаимно уравновешиваются и не дают составляющей на ось проектирования (силы гидродинамического давления, атмосферное давление), либо настолько малы по сравнению с кинетической энергией струи, что ими можно пренебречь (силы тяжести). Тогда сила реакции равна искомой силе давления  $P$  струи на поверхность и как реактивная сила направлена в обратную сторону, т. е. по горизонтали справа налево. Импульс указанной силы проектируется

на ось  $x$  в натуральную величину со знаком минус. Поэтому  $\sum (P_i \Delta t)_x = -R\Delta t$  и, следовательно,

$$2m_2 v_2 \cos \alpha - m_1 v_1 = -R\Delta t$$

Имея в виду постоянство расхода жидкости и пренебрегая гидравлическими сопротивлениями, что в данном случае вполне допустимо, можно принять  $m_1 = 2m_2$  и  $v_1 = v_2$ . Тогда вместо полученного выше уравнения имеем

$$m_1 v_1 (1 - \cos \alpha) = R\Delta t$$

Выразим далее массу жидкости через расход  $m_1 = \rho Q \Delta t$ . Получим:

$$R = \rho Q v_1 (1 - \cos \alpha).$$

Отсюда, вследствие того, что  $Q = v_1 s_1$ , где  $s_1$  - площадь сечения струи, окончательно получаем общее выражение для определения силы реакции поверхности или равной ей и противоположно направленной силы давления струи жидкости:

$$P = \rho v_1^2 s_1 (1 - \cos \alpha) = \rho Q v_1 (1 - \cos \alpha). \quad (4.1)$$

Если преградой является пластинка, расположенная нормально к оси струи (рис. 4.2), то  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\cos \alpha = 0$  и сила давления струи равна:

$$P = \rho v_1^2 s_1. \quad (4.2)$$

Если преграда (рис.4.3) представляет собой криволинейную поверхность, отклоняющую струю на  $180^\circ$ , то сила давления струи на такую преграду равна:

$$P = 2\rho v_1^2 s_1. \quad (4.3)$$

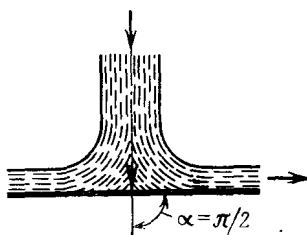


Рис.4.2. Преграда, расположенная перпендикулярно потоку.

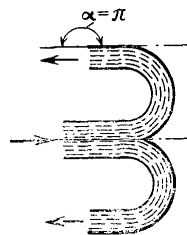


Рис.4.3. Преграда, отклоняющая поток на  $180^\circ$ .

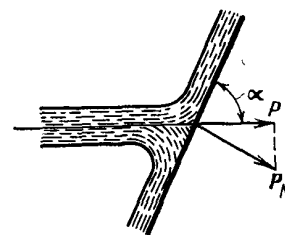


Рис.4.4. Преграда, расположенная под углом  $\alpha$  к струе.

Рассмотрим также препятствие в виде пластинки, установленной под углом  $\alpha$  к оси струн (рис. 4.4). В этом случае, обычно называемом косым ударом, сила давления струи на пластинку в направлении действия струи

$$P = \rho v_1^2 s_1 \sin^2 \alpha . \quad (4.4)$$

Нормальная составляющая силы:

$$P = \rho v_1^2 s_1 \sin \alpha \quad (4.5)$$

#### 4. Гидравлический удар.

Гидравлическим ударом обычно называют резкое повышение давления, возникающее в напорном трубопроводе при внезапном торможении потока жидкости. Точнее говоря, гидравлический удар представляет собой колебательный процесс, возникающий в упругом трубопроводе с капельной жидкостью при внезапном изменении ее скорости. Этот процесс является очень быстротечным и характеризуется чередованием резких повышений и понижений давления. Изменение давления при этом тесно связано с упругими деформациями жидкости и стенок трубопровода.

Гидравлический удар чаще всего возникает при быстром закрытии или открытии крана или иного устройства управления потоком, внезапной остановке насосов. Особенно опасен гидравлический удар в длинных трубопроводах, в которых движутся значительные массы жидкости с большими скоростями.

Теоретическое и экспериментальное исследование гидравлического удара в трубах было впервые выполнено великим русским ученым, одним из основоположников современной гидроаэромеханики, Н. Е. Жуковским и опубликовано в 1898 г. в его фундаментальной работе «О гидравлическом ударе».

Пусть в конце трубы, по которой жидкость движется со скоростью  $v_0$ , произведено мгновенное закрытие крана (рис. 5.1.а). Тогда скорость частиц жидкости, натолкнувшись на кран, будет погашена, а их кинетическая энергия перейдет в работу деформации стенок трубы и жидкости. При этом стенки трубы растягиваются, а жидкость сжимается в соответствии с повышением давления  $\Delta p_{y0}$  (пренебрегать сжимаемостью жидкости, как это обычно допускается в задачах гидравлики, в данном случае нельзя, так как малая сжимаемость жидкости и является причиной возникновения большого, но конечного ударного давления.) На заторможенные частицы у крана набегают другие, соседние с ними частицы и тоже теряют скорость, в результате чего сечение  $n - n$  перемещается вправо со скоростью  $c$ , называемой скоростью ударной волны; сама же переходная область, в которой давление изменяется на величину  $\Delta p_{y0}$ , называется ударной волной.

Когда ударная волна переместится до резервуара, жидкость окажется останов-

ленной и сжатой во всей трубе, а стенки трубы — растянутыми. Ударное повышение давления  $\Delta p_{y0}$  распространится на всю трубу (рис. 5.1, б).

Но такое состояние не является равновесным. Под действием перепада давления  $\Delta p_{y0}$  частицы жидкости устремятся из трубы в резервуар, причем это движение начнется с сечения, непосредственно прилегающего к резервуару. Теперь сечение  $n - n$  перемещается в обратном направлении - к крану - с той же скоростью  $c$ , оставляя за собой выравненное давление  $p_0$  (рис.

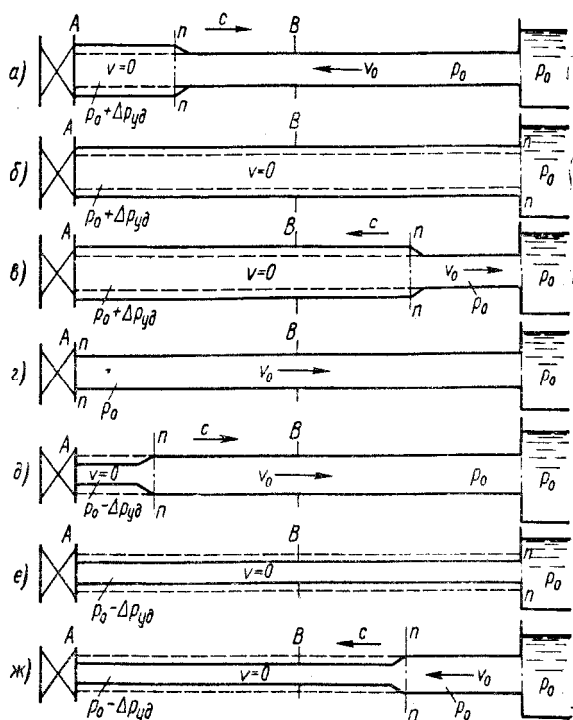


Рис.5.1. Стадии гидравлического удара.

5.1, в).

Жидкость и стенки трубы предполагаются

упругими, поэтому они возвращаются к прежнему состоянию, соответствующему давлению  $p_0$ . Работа деформации полностью переходит в кинетическую энергию, и жидкость в трубе приобретает первоначальную скорость  $v_0$ , но направленную теперь в противоположную сторону.

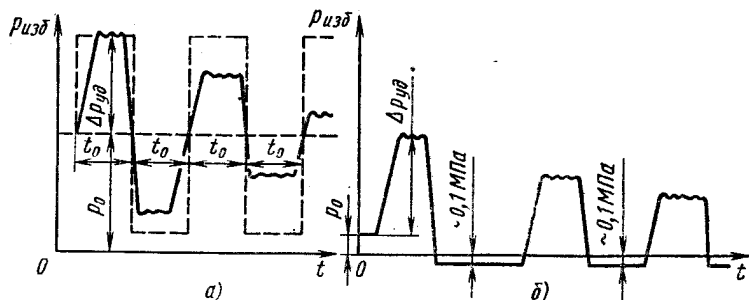
С этой скоростью «жидкая колонна» (рис. 5.1, *з*) стремится оторваться от крана, в результате возникает отрицательная ударная волна под давлением  $p_0 - p_{y0}$ , которая направляется от крана к резервуару со скоростью  $c$ , оставляя за собой сжавшиеся стенки трубы и расширившуюся жидкость, что обусловлено снижением давления (рис. 5.1, *д*). Кинетическая энергия жидкости вновь переходит в работу деформаций, но противоположного знака.

Состояние трубы в момент прихода отрицательной ударной волны к резервуару показано на рис. 5.1, *е*. Так же как и для случая, изображенного на рис. 5.1, *б*, оно не является равновесным. На рис. 5.1, *ж* показан процесс выравнивания давления в трубе и резервуаре, сопровождающийся возникновением движения жидкости со скоростью  $v_0$ .

Очевидно, что как только отраженная от резервуара ударная волна под давлением  $\Delta p_{y0}$  достигнет крана, возникнет ситуация, уже имевшая место в момент закрытия крана. Весь цикл гидравлического удара повторится.

В опытах Н. Е. Жуковского было зарегистрировано до 12 полных циклов с постепенным уменьшением  $\Delta p_{y0}$  из-за трения в трубе и рассеивания энергии в резервуаре.

Протекание гидравлического удара во времени иллюстрируется диаграммой, представленной на рис. 5.2, *а* и *б*.



Диаграмма, показанная штриховыми линиями на

Рис.5.2. Изменение давления по времени. 134

рис. 5.2, а, характеризует теоретическое изменение давления  $p_{изб}$  в точке А (см. рис. 5.1) непосредственно у крана (закрытие крана предполагается мгновенным). Сплошными линиями дан примерный вид действительной картины изменения давления по времени. В действительности давление нарастает (а также падает), хотя и круто, но не мгновенно. Кроме того, имеет место затухание колебаний давления, т. е. уменьшение его амплитудных значений из-за трения и ухода энергии в резервуар.

Описанная картина изменения давления может возникнуть лишь в том случае, когда имеется достаточный запас давления  $p_0$ , т.е. когда  $p_0 > \Delta p_{y\partial}$  и при снижении давления на  $\Delta p_{y\partial}$  оно остается положительным. Если же давление  $p_0$  невелико (что бывает очень часто), то первоначальное повышение давления при ударе будет примерно таким же, как и в предыдущем случае. Однако снижение давления на  $\Delta p_{y\partial}$  невозможно; абсолютное давление у крана падает практически до нуля ( $p_{изб} \approx 0,1 \text{ МПа}$ ), «жидкая колонна» отрывается от крана, возникает кавитация и образуется паровая каверна. В связи с этим нарушается периодичность процесса, и характер изменения давления по времени получается примерно таким, как показано на рис. 5.2, б.

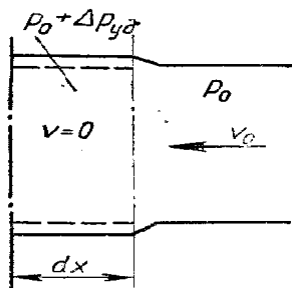


Рис. 5.3. Перемещение ударной волны

Повышение давления  $\Delta p_{y\partial}$  легко связать со скоростями  $v_0$  и  $c$ , если рассмотреть элементарное перемещение ударной волны  $dx$  за время  $dt$  и применить к элементу трубы  $dx$  теорему об изменении количества

движения. При этом получим (рис. 5.3):

$$[(p_0 + \Delta p_{y\partial}) - p_0] S dt = S \rho (v_0 - 0) dx$$

Отсюда скорость распространения ударной волны:

$$c = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta p_{y\partial}}{\rho v_0},$$

или

$$\Delta p_{y\partial} = \rho v_0 c. \quad (5.1)$$

Полученное выражение носит название формулы Жуковского.

Так как неизвестна скорость  $c$ , поэтому ударное давление  $\Delta p_{y\partial}$  найдем из условия, что кинетическая энергия жидкости переходит в работу деформации, а именно - работу растяжения стенок трубы и работу сжатия жидкости.

Кинетическая энергия жидкости в трубе радиусом  $r$  равна:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{\pi r^2 l \rho v_0^2}{2}.$$

Работа деформации равна потенциальной энергии деформированного тела и составляет половину произведения силы на удлинение.

Выражая работу деформации стенок трубы как работу сил давления на пути  $\Delta r$  (рис. 5.4,а), получаем

$$\Delta p_{y\partial} 2\pi r l \frac{\Delta r}{2}.$$

По закону Гука

$$\sigma = \frac{2\pi[(r + \Delta r) - r]}{2\pi r} E = \frac{\Delta r}{r} E. \quad (5.2)$$

где  $\sigma$  - нормальное напряжение в материале стенок трубы, которое связано с давлением  $\Delta p_{y\partial}$  и толщиной стенки  $\delta$  отношением

$$\sigma = \frac{\Delta p_{y\partial} r}{\delta}. \quad (5.3)$$

Тогда работа деформации стенок трубы -  $\frac{\Delta p_{y\partial}^2 \pi r^3 l}{\delta E}$ .

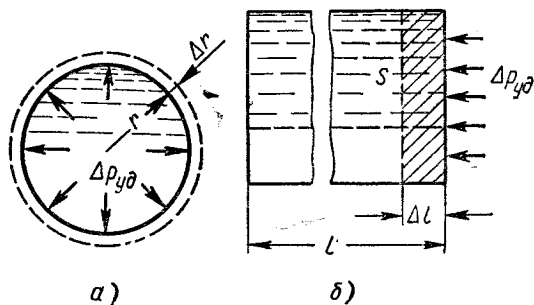


Рис.5.4. Схема деформации трубы и жидкости.



Работу сжатия жидкости объемом  $V$  можно представить как работу сил давления на пути  $\Delta l$  (рис. 5.4, б), т. е.

$$\frac{1}{2} S \Delta p_{y\partial} \Delta l = \frac{1}{2} \Delta p_{y\partial} V.$$

Аналогично закону Гука для линейного удлинения относительное уменьшение объема жидкости  $\frac{\Delta V}{V}$  связано с давлением зависимостью

$$\frac{\Delta V}{V} K = \Delta p_{y\partial}.$$

где  $K$  — среднее для данного  $\Delta p_{y\partial}$  значение адиабатного модуля упругости жидкости.

Приняв за  $V$  объем жидкости в трубе, получим выражение работы сжатия жидкости

$$- \frac{\Delta p_{y\partial}^2 \pi r^2 l}{2K}.$$

Таким образом, уравнение перехода кинетической энергии в работу деформации примет вид

$$\frac{\pi r^2 l \rho v_0^2}{2} = \frac{\Delta p_{y\partial}^2 \pi r^3 l}{\delta E} + \frac{\Delta p_{y\partial}^2 \pi r^2 l}{2K}$$

•Решая его относительно  $\Delta p_{y\partial}$ , получим формулу Жуковского:

$$\Delta p = \rho v_0 \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{K} + \frac{2\rho r}{\delta E}}} = \rho v_0 c. \quad (5.4)$$

Тогда скорость распространения ударной волны:

$$c = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K d}{E \delta}}}, \quad (5.5)$$

где  $d = 2r$  - внутренний диаметр трубы.

Для трубы с абсолютно жесткими стенками, т. е.  $E = \infty$ , то в формуле (5.5) останется лишь  $\sqrt{\frac{K}{\rho}}$ , т. е. скорость звука в однородной упругой среде с плотностью  $\rho$  и объемным модулем  $K$ . Для воды эта скорость равна 1435 м/с, для бензина 1116 м/с, для масла 1200—1400 м/с. Так как в рассматриваемом случае стенки трубы не абсолютно жесткие, то величина  $c$  представляет собой скорость распространения ударной волны в упругой жидкости, заполняющей упругий трубопровод. Эта скорость несколько меньше скорости звука.

Когда уменьшение скорости в трубе происходит не до нуля, а до значения  $v_1$ , возникает *неполный* гидравлический удар и формула Жуковского приобретает вид:

$$\Delta p = \rho (v_0 - v_1) c.$$

Формулы Жуковского справедливы при очень быстром закрытии крана или, точнее говоря, когда время закрытия

$$t_{\text{зак}} < t_0 = \frac{2l}{c}, \text{ где } t_0 - \text{фаза гидравлического удара.}$$

При этом условии имеет место *прямой* гидравлический удар. При  $t_{\text{зак}} > t_0$  возникает *непрямой* гидравлический удар, при котором ударная волна, отразившись от резервуара, возвращается к крану раньше, чем он будет полностью закрыт. Очевидно, что повышение давления  $\Delta p'_{y\partial}$  при этом будет меньше, чем  $\Delta p_{y\partial}$  при прямом ударе.

Если предположить, что скорость потока при закрытии крана уменьшается, а давление возрастает линейно по времени, то:

$$\Delta p'_{y\partial} = \rho v_0 c \frac{t_0}{t_{\text{зак}}}. \quad (5.6)$$

Формулы (5.1) и (5.5) получены при использовании ряда упрощающих допущений: справедливость закона Гука при деформации трубы и жидкости, отсут-

ствие трения в жидкости и других видов рассеивания энергии в процессе удара и равномерность распределения скоростей по сечению трубы.

Экспериментальные исследования гидравлического удара показывают, что если жидкость не содержит воздушных примесей и начальное давление  $p_0$  не велико, то, несмотря на перечисленные допущения, формула Жуковского достаточно хорошо подтверждается опытом. Неравномерность распределения скоростей, а следовательно, и режим течения в трубе (ламинарное или турбулентное), казалось бы, должны влиять на величину  $\Delta p_{y\partial}$ , так как от этого зависит кинетическая энергия потока. Однако это влияние практически отсутствует. Объясняется это тем, что при внезапном торможении потока происходят интенсивный сдвиг слоев жидкости и большая потеря энергии на внутреннее трение, которая примерно компенсирует избыток кинетической энергии за счет неравномерности скоростей.

При высоких начальных давлениях  $p_0$  и больших  $\Delta p_{y\partial}$  последние получаются несколько большими, чем по формуле Жуковского, вследствие возрастания модуля  $K$ , т. е. нарушения линейности изменения деформации по давлению.

Способы предотвращения и смягчения гидравлического удара выбирают для каждого конкретного случая. Наиболее эффективным методом снижения  $\Delta p_{y\partial}$  является устранение возможности прямого гидравлического удара, что при заданном трубопроводе сводится к увеличению времени срабатывания кранов и других устройств. Аналогичный эффект достигается установкой перед этими устройствами компенсаторов в виде достаточных местных объемов жидкости, гидроаккумуляторов или предохранительных клапанов. Уменьшение скорости движения жидкости в трубопроводах (увеличение диаметра труб при заданном расходе) и уменьшение длины трубопроводов (для получения непрямого удара) также способствуют снижению ударного давления.